

Wpływ wody chmurowej na drobnoskalową turbulencję – model laboratoryjny

Praca doktorska

Piotr Korczyk

Spis treści

1 Cel i zakres pracy.....	3
2 Wstęp.....	4
2.1 Turbulencja.....	6
2.2 Turbulencja w chmurach.....	10
2.3 Chmury i opad atmosferyczny.....	11
2.4 Oddziaływania kropelek z przepływem.....	11
3 Diagram mieszania – analiza termodynamicznych efektów procesu mieszania.....	15
4 Anemometria obrazowa - PIV.....	22
4.1 Opis metody.....	22
4.2 Idea algorytmu PIV zastosowanego w niniejszych badaniach.....	25
4.3 Opis algorytmu zastosowanego w badaniach.....	26
4.4 Dodatkowe algorytmy.....	29
4.4.1 Filtr medianowy.....	29
4.4.2 Redukcja głównego ruchu.....	29
4.4.3 Iteracyjna metoda deformacyjna.....	30
4.5 Dyskusja wiarygodności techniki PIV.....	32
4.6 Stereo PIV.....	37
5 Opis metody badań i zastosowanych narzędzi.....	41
5.1 Opis układu eksperymentalnego.....	41
5.2 Pomiar wodności.....	42
5.3 Widmo kropelek.....	43
6 Wyniki pomiarów metodą PIV.....	46
6.1 Pomiar prędkości na wlocie.....	46
6.2 Pomiar właściwości przepływu wewnątrz komory.....	48
6.2.1 Średnia prędkość opadania.....	49
6.2.2 Mikroskala Taylora.....	49
6.2.3 Współczynnik dyssypacji lepkiej i skala Kolmogorowa.....	50
6.2.4 Statystyki fluktuacji pola prędkości.....	54
6.2.5 Funkcje struktury i korelacje.....	56
6.2.6 Stereo PIV.....	64
6.3 Analiza pola prędkości dla nieparujących kropelek.....	65
6.4 Dyskusja powtarzalności eksperymentów i dokładności pomiarów.....	68
7 Badania numeryczne.....	70
7.1 Oddziaływania pojedynczych kropelek ze strukturą wirową.....	70
8 Dodatki.....	74
8.1 Obliczenia diagramu mieszania.....	74

1 Cel i zakres pracy

2 Wstęp

Obecność chmur w atmosferze ziemskiej odgrywa kluczową rolę w bilansie energetycznym i hydrologicznym. Stanowią więc one istotny element kształtujący oblicze naszej planety niezbędny w utrzymaniu odpowiednich warunków do istnienia życia. Poznanie mechanizmów odpowiedzialnych za właściwości chmur ma więc znaczenie nie tylko poznawcze ale też praktyczne.

Jednym z intrygujących problemów we współczesnych badaniach nad chmurami i klimatem jest powiązanie procesów zachodzących w małych skalach z makroskopowymi właściwościami chmur takimi jak ich czas trwania, rozmiar, wydajność opadu i transfer radiacyjny. Procesy drobnoskalowe są jednak nadal słabo poznane. Wiedza w tej dziedzinie jest jeszcze zbyt mała by wyjaśnić takie zjawiska jak poszerzenie widma kropeł i powstanie tak zwanego ciepłego deszczu – czyli opadu z chmury, w której nie ma kryształków lodu.

Wzrost kropeł przez kondensację nie jest wystarczająco wydajnym procesem, aby mógł powstać opad. Duże krople mogą tworzyć się w wyniku zderzania i koalescencji, jednak aby powstała kropla deszczowa o średnicy 1mm potrzeba zderzyć milion kropełek chmurowych o średnicy $10\mu\text{m}$. Do tego niezbędne jest występowanie fluktuacji rozkładu przestrzennego kropeł i względnych prędkości.

W ostatnich latach pojawiła się znaczna ilość prac pokazująca, że to właśnie turbulencja ma istotny wpływ na przestrzenny rozkład kropeł [1]. Tworzenie się obszarów zwiększonej koncentracji kropeł i powstawanie silnych przyspieszeń związanych z niejednorodnością i intermittencją turbulentnego pola prędkości ułatwia proces zderzania się kropeł co skutkuje poszerzeniem widma wielkości kropeł [2], [3] i w konsekwencji powstaniem opadu.

Turbulencja chmurowa powiązana z mieszaniem się dwóch mas powietrza może powodować dodatkowe efekty które wymagają dogłębnego zbadania [4]. Woda w atmosferze, czy to w postaci pary, czy w postaci ciekłej zawartej w kropelkach nie jest pasywnym skalarem. Szczególnie istotne są tutaj procesy przemian fazowych. Para wodna gromadzi pokaźne zasoby energii tak zwane ciepło utajone. Jest to energia, która wyzwala się podczas kondensacji. Dla wody jest to $23 \cdot 10^4 \text{ Jkg}^{-1}$. Jest to niezwykle istotne dla procesów atmosferycznych. Łatwo można oszacować że energia uzyskana z kondensacji danej masy pary wodnej jest równa energii potencjalnej, gdy daną masę wyniesie się na wysokość $23 \cdot 10^3 \text{ m}$. Para wodna jest dzięki temu „paliwem” napędzającym konwekcję. Efekt tego procesu może być wyraźnie obserwowany na przykład w chmurach burzowych, czy cyklo-

nach, gdzie kondensacja pary wodnej wyzwala energię, która powoduje powstanie potężnych prądów wstępujących wskutek zwiększenia wyporu ogrzanych mas powietrza.

W przypadku prezentowanych tu badań przedmiotem zainteresowania był proces przeciwny, mianowicie parowanie ciekłej wody zawartej w kropelkach w procesie mieszania zawiesiny chmurowej z czystym powietrzem. Mieszające się masy powietrza tworzą skomplikowane struktury o różnorodnych kształtach i skalach [5]. Prowadzi to do występowania w objętości przepływu obszarów zróżnicowanych pod względem wielkości, kształtu, koncentracji kropeł, wilgotności i innych parametrów termodynamicznych. Krople wpadające w obszary o małej wilgotności odparowują, czemu towarzyszy pobranie z otoczenia ciepła parowania. Ochłodzone wskutek tego objętości powietrza charakteryzują się mniejszą wypornością. Odparowywanie wody powoduje więc zmiany parametrów termodynamicznych, które w warunkach grawitacyjnych pociągają zmiany siły wymuszającej związanej z wyporem. Ponieważ mieszanie odbywa się w sposób chaotyczny, można również spodziewać się chaotycznego rozkładu obszarów zróżnicowanych pod względem sił wyporu na nie działających. Można więc spodziewać się, że w mieszaniu turbulentnym generowana będzie dodatkowo siła wymuszająca o nieregularnym rozkładzie w przestrzeni i czasie.

Powstawanie dodatkowej siły wymuszającej może dodatkowo komplikować przepływ turbulentny. Przyjmuje się, że źródłem energii przepływu turbulentnego jest ruch średni, który wskutek działania sił inercyjnych generuje duże wiry, w których gromadzi się energia turbulencji. Siły bezwładności powodują, że wiry te rozpadają się na mniejsze. Rozpad kolejnych wirów tworzy tak zwaną kaskadę energii w której energia kinetyczna przepływu przekazywana jest do coraz mniejszych skal. Kaskada ta kończy się na wirach na tyle małych, że siły związane z lepkością płynu powodują dyssypację energii kinetycznej turbulencji. Ta kaskada wirów jest postacią chaosu czasowo – przestrzennego, w którym nie ma żadnej wyróżnionej struktury, a znaczenia nabiera szeroki zakres skal. Zapostulowany przez Kolmogorowa [6] schemat spektralny przewiduje, że w zakresie od skali pompowania po skalę dyssypacji występuje zachowanie izotropowe, w którym widmo mocy fluktuacji składowej prędkości wzdłuż dowolnej osi zmienia się proporcjonalnie do potęgi $-5/3$ liczby falowej wzdłuż tego kierunku.

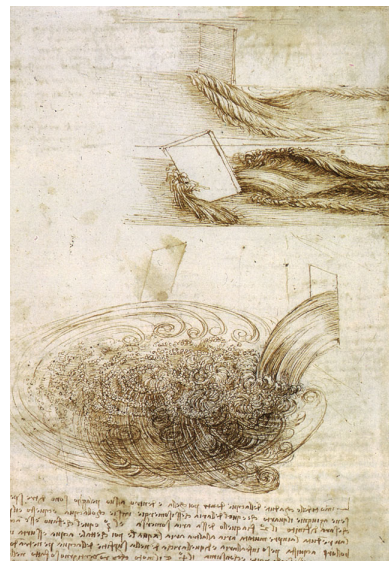
Obecność dodatkowego mechanizmu oddziałującego na przepływ może zmieniać i komplikować strukturę turbulencji. Generowane przez parowanie pole sił jest dodatkowym źródłem energii kinetycznej turbulencji. Energia ta może być pompowana bezpośrednio w małe skale przepływu z ominięciem kaskadowego strumienia energii [7]. Wpływ efektu kondensacji i parowania na strukturę turbulencji był już obiektem badań numerycznych i teoretycznych [8]. Badania te sugerują, że przemiany fazowe mogą wpływać na kształt widma energii. Brak jednak potwierdzenia ekspery-

mentalnego w jakim stopniu te efekty wpływają na globalne charakterystyki struktur przepływu i aglomerację kropeł w warunkach atmosferycznych.

Aby głębiej przybliżyć skomplikowaną problematykę omówione zostaną w następnych paragrafach zagadnienia takie jak: turbulencja, turbulencja w rzeczywistych chmurach, tworzenie się chmur i opadu atmosferycznego, oddziaływanie kropelek chmurowych z przepływem.

2.1 Turbulencja

Fascynacja otaczającym światem przyrody i prawami nim rządzącymi popychała na przestrzeni wieków kolejne pokolenia myślicieli do próby opisywania i zrozumienia tajemnic natury. Mimo swej złożoności, także przepływy znajdowały się w obszarze zainteresowań wielu badaczy. Przykładem mogą być tutaj studia płynącej wody, które przetrwały do naszych czasów w postaci rysunków Leonarda da Vinci. Obserwacje przepływów turbulentnych były też inspiracją dla Kartezjusza, który próbował wytłumaczyć siły rządzące ruchem ciał niebieskich przez oddziaływania wirów cząstek wypełniających wszechświat.



Rys. 2.1.1: Studium wody opływającej przeszkodę - Leonardo da Vinci.

Dopiero jednak powstanie dynamiki Newtona i postęp w matematyce pozwoliły na zastosowanie do badań narzędzi analitycznych. Zastosowanie przybliżenia continuum i rozważania nad oddziaływaniami elementów przepływów pozwoliło w końcu na zastosowanie dynamiki Newtona do opisu przepływów - równań Naviera - Stokesa (równanie 2.1.1). Szybko jednak okazało się, że te potężne narzędzia wystarczają do opisu tylko pewnej klasy przepływów – przepływów laminarnych. Niestety większość przepływów obserwowanych w przyrodzie wykazuje charakter chaotyczny i nie może być w analitycznie zbadana.

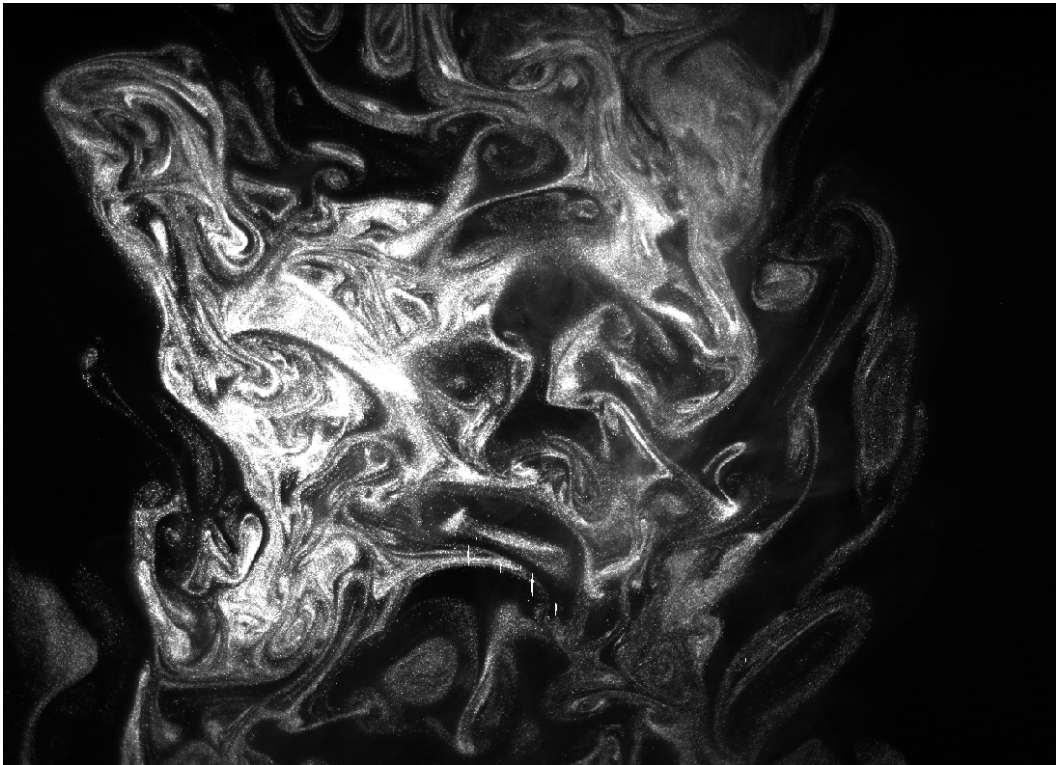
$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} \quad 2.1.1$$

Reynolds w czasie eksperymentów z wizualizacją przepływów w kanale znalazł warunki w których przepływ z laminarnego przechodził w burzliwy ruch turbulentny. Znalazł on bezwymiarową liczbę Re , która określa warunki dla przejścia laminarno-turbulentnego:

$$Re = \frac{UL}{\nu}, \quad (2.1.2)$$

gdzie U i L są charakterystycznymi skalami prędkości i długości dla przepływu turbulentnego, natomiast ν jest lepkością płynu. Liczba Re jest bezwymiarowym parametrem opisującym stosunek pomiędzy nieliniowymi i dysypatywnymi właściwościami przepływu.

Reynolds zaproponował też statystyczną metodę na rozwiązanie równań ruchu. Zainspirowany pracami Joule'a potraktował on turbulentne wiry analogicznie jak traktuje się molekuly w termodynamice statystycznej. Chaotyczna natura przepływów turbulentnych sprawia, że z praktycznego punktu widzenia nie interesuje nas ściśle rozwiązanie przepływu i znalezienie chwilowych prędkości, czy trajektorii pojedynczych elementów płynu, podobnie jak nie interesuje nas rozwiązanie dla położenia pojedynczych molekuł gazu. Istotne są jedynie uśrednione wielkości, które charakteryzują przepływ, tak jak w termodynamice istotne są wielkości makroskopowe. Reynolds podzielił więc przepływ na część średnią i fluktuacje (dekompozycja Reynoldsa). W ten sposób otrzymanych równaniach ruchu pojawiły się dodatkowe naprężenia zwane naprężeniami Reynoldsa. Rozwiązanie tych równań mogło być jednak znalezione po dokonaniu pewnych założeń co do tych naprężeń – jest to tzw. problem domknięcia układu równań.



Rys. 2.1.2: Turbulentne mieszanie dwóch mas powietrza. Jedna z mas powietrza jest widoczna dzięki dodaniu cząsteczek znacznika rozpraszających światło laserowe. Szerokość fotografii odpowiada około 20cm. Obraz ilustruje różnorodność struktur występujących w przepływie o szerokim zakresie rozmiarów. Granica pomiędzy dwiema masami jest raczej ostra i skomplikowana. Obraz zyskany w czasie eksperymentów w komorze chmurowej.

Z fenomenologicznego punktu widzenia chyba główną cechą przepływów turbulentnych jest występowanie wirowych struktur o różnych wielkościach (skalach przestrzennych, rys. 2.1.2). Granica pomiędzy dwoma mieszającymi się turbulentnie płynami jest raczej ostra i złożona ze struktur z szerokiego zakresu skal. W pełni rozwinięty przepływ turbulentny zawiera szeroki zakres skal, które są luźno podzielone na klasy dużych i małych skal. Duże skale są na ogół związane z wymiarem obszaru czy podstawowej struktury przepływu. W dużych skalach skumulowana jest większość energii przepływu. Są odpowiedzialne za transport pędu, ciepła i masy. Małe skale zawierają przedział bezwładnościowy i dysypatywny. Chociaż formalne rozgraniczenie tych skal nie jest trudne, to w eksperymentach mamy często problem z niejednoznacznością. Źródłem energii turbulencji jest energia przepływu głównego, która jest przekazywana największym strukturom wirowym występującym w przepływie. Skala związana z tymi obiektami jest zwana skalą integralną. W niej następuje „pompowanie” energii turbulencji. Wskutek oddziaływań inercyjnych największe wiry rozpadają się na mniejsze, które z kolei rozpadają się dalej tworząc kolejne generacje coraz mniejszych struktur wirowych. Jest to mechanizm przekazywania energii, który prowadzi do powstania tak zwanej kaskady energii Richardsona, w której energia kinetyczna jest przekazywana z większych skal do mniejszych tylko wskutek bezwładnościowego rozpadu struktur wirowych. W rzeczywistych przepływach, wraz ze zmniejszaniem się skali kolejnych generacji wirów maleje stosunek oddziaływań inercyjnych nad lepkościowymi i inercyjna kaskada energii kończy się na skalach, w których następuje lepka dyssypacja energii kinetycznej. Zwyczajowo spektrum skal turbulencji dzieli się na trzy główne części: *skalę integralną*, w której następuje pompowanie energii turbulencji, *przedział inercyjny*, w którym występuje bezwładnościowa kaskada energii i *przedział dyssypacyjny*, w którym rozpraszana jest energia kinetyczna przepływu. W pełni rozwiniętej, ustalonej turbulencji (stacjonarnej w czasie w sensie statystycznym) współczynnik dyssypacji lepkiej $\langle \varepsilon \rangle$ jest równy uśrednionemu strumieniowi energii kinetycznej, która jest pompowana w ruch turbulentny. Jest on również równy strumieniowi energii kinetycznej, która jest przekazywana w kaskadzie energii.

Rozkład energii kinetycznej turbulencji w przestrzeni skal opisuje teoria Kolmogorova [6], która oparta jest na dwóch założeniach. Pierwsze jest takie, że gdy lepkość płynu ν jest mała to średni współczynnik dyssypacji lepkiej $\langle \varepsilon \rangle$ jest niezależny od lepkości. Drugie założenie (zwane lokalną izotropią) mówi o tym, że drobnoskalowa turbulencja dla wystarczająco dużych liczb Reynoldsa jest statystycznie niezależna od dużych skal i że jest homogeniczna, izotropowa i ustalona (tzn. jest statystycznie niezależna od przemieszczeń, obrotów i odbić układu współrzędnych). Główne wnioski z Kolmogorova są następujące: statystyczne własności najmniejszych skal są określone tylko przez dwie wartości: ν i $\langle \varepsilon \rangle$, a dla dużych liczb Reynoldsa właściwości statystyczne w skali bez-

właściwościowej są określone jedynie przez $\langle \varepsilon \rangle$. Opierając się na tych założeniach można pokazać na podstawie analizy wymiarowej, że funkcja gęstości prawdopodobieństwa unormowanych różnic prędkości $\Delta u_r / (r \langle \varepsilon \rangle)^{1/3}$, (gdzie $\Delta u_r = u(x+r) - u(x)$ a u jest składową prędkości wzdłuż kierunku x , r jest odległością mierzoną wzdłuż x) powinna być uniwersalna, niezależna od przepływu, odległości r i liczby Reynoldsa. Można to wyrazić inaczej przez tzw. wzdłużne funkcje struktury:

$$\langle \Delta u_r^n \rangle = C_n (r \langle \varepsilon \rangle)^{n/3}, \quad (2.1.3)$$

gdzie C_n jest stałą uniwersalną. Podobne równanie można napisać dla różnic prędkości z odległością separacji r prostopadłą do kierunku składowej prędkości (poprzeczne funkcje struktury).

Wynika stąd tak zwane prawo „4/5” Kolmogorova:

$$\langle \Delta u_r^3 \rangle = -\frac{4}{5} r \langle \varepsilon \rangle. \quad (2.1.4)$$

Odpowiednikiem równania 2.1.3 dla $n=2$ w przestrzeni spektralnej jest:

$$\phi(\kappa) = C \langle \varepsilon \rangle^{2/3} \kappa^{-5/3}. \quad (2.1.5)$$

gdzie $\phi(\kappa)$ jest jednowymiarowym spektrum energii dla liczby falowej κ . C jest często zwana stałą Kolmogorova. Na podstawie wyników eksperymentalnych udało się ustalić wartość tej stałej (0.5 ± 0.05).

Na mocy twierdzenia Buckinghama (Reguła II) zakładając, że właściwości przepływu w małych skalach zależą jedynie od współczynnika dyssypacji lepkiej i lepkości płynu, Kolmogorov znalazł charakterystyczne skale dla najmniejszych struktur pola prędkości turbulencji: skalę długości (2.1.6), czasu (2.1.7) i prędkości (2.1.8):

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4}, \quad (2.1.6)$$

$$\tau = \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2}, \quad (2.1.7)$$

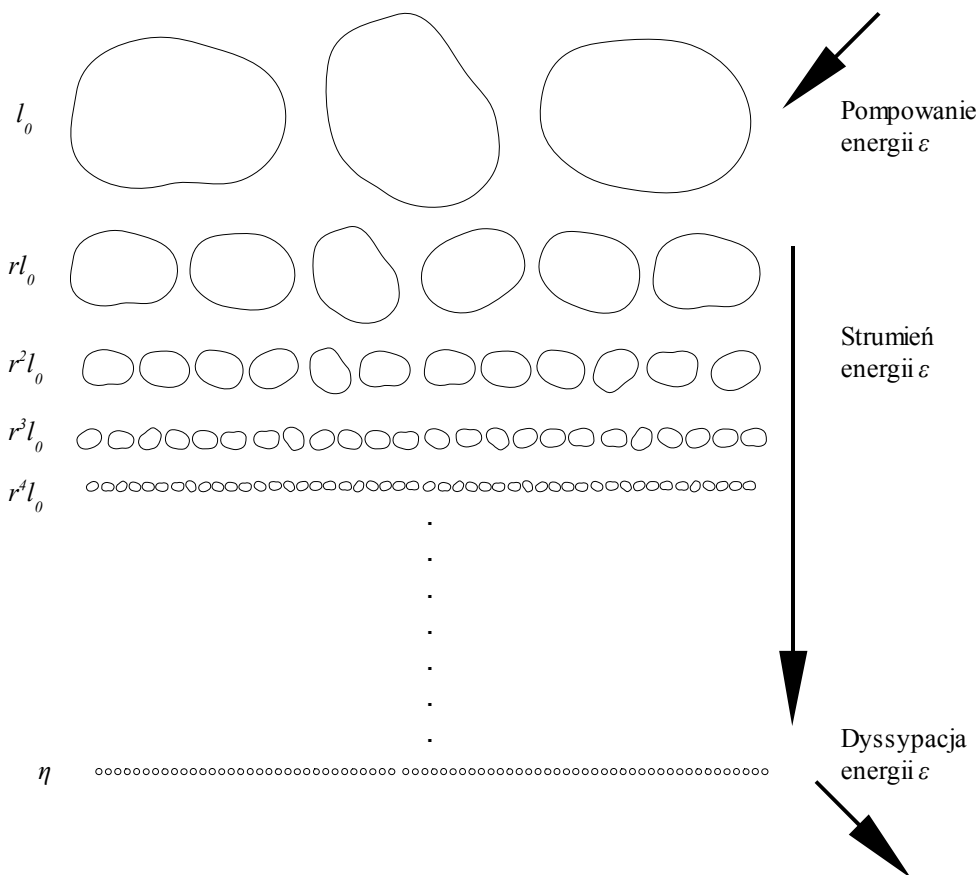
$$v = \frac{\eta}{\tau} = \left(\nu \varepsilon \right)^{1/4}. \quad (2.1.8)$$

Liczba Reynoldsa dla tych skal jest równa jedności:

$$\text{Re}_\eta = \frac{u \eta}{\nu} = \frac{\nu^{1/4} \varepsilon^{1/4} \nu^{3/4}}{\varepsilon^{1/4} \nu} = 1. \quad (2.1.9)$$

Oznacza to, że dla wirów o rozmiarach porównywalnych ze skalą Kolmogorova siły inercyjne są tego samego rzędu co siły lepkościowe.

Należy zwrócić uwagę, że teoria Kolmogorova jest fenomenologiczna. Nie wynika ona z równań Naviera – Stokesa, ale oparta została na założeniach zainspirowanych obserwacjami. Powiązanie tej teorii z prawami dynamiki stanowi wciąż wielkie wyzwanie dla współczesnej mechaniki.



Rys. 2.1.3: Kaskada energii zgodnie z Teorią Kolmogorova [9]. Wiry o różnych rozmiarach są przedstawione schematycznie jako kontury i ułożone w kierunku malejącego rozmiaru. l_0 jest skalą największych wirów w przepływie, do której pompowana jest energia z ruchu głównego. Skale dla kolejnych generacji wirów zmieniają się jak $l_n = l_0 r^n$, ($n=0,1,2,\dots$) gdzie $0 < r < 1$. Liczba wirów na jednostkę objętości zmienia się z n jak r^{-3n} , tak aby kolejne generacje wypełniały całkowicie objętość większych wirów. Energia pompowana do największych skal jest następnie przekazywana kolejnym generacjom wirów i w końcu dyssypowana w wirach o skali Kolmogorova η .

2.2 Turbulencja w chmurach

Zrozumienie jak rozkład wielkości kropelek chmurowych zmienia się w czasie i w przestrzeni jest jednym z największych wyzwań we współczesnej fizyce chmur.

Głównym źródłem turbulencji w chmurach konwekcyjnych są przemiany fazowe wody w atmosferze. Konwekcja, jest wzmacniana przez ciepło kondensacji u podstawy chmury. Wciąganie mas suchego powietrza do wnętrza chmury skutkuje powstaniem przepływu ścinającego wskutek ochł-

dzenia spowodowanego parowaniem kropelek chmurowych (efekt ten występuje głównie na wierzchołku chmury).

Typowa skala największych wirów w przypadku turbulencji w chmurach jest rzędu 10^2m . Typowe wartości liczby Reynoldsa wynoszą $10^6 - 10^7$ przy czym współczynnik dyssypacji ε lepkiej dla średniej konwekcji w chmurach cumulus jest rzędu $10^{-2}\text{m}^2\text{s}^{-3}$. Turbulencja w chmurach w odróżnieniu od większości przepływów występujących w zastosowaniach technicznych charakteryzuje się stosunkowo małą wartością ε . Z drugiej strony duże skale przepływu skutkują dużymi wartościami liczby Reynoldsa.

Współczynnik dyssypacji energii $\varepsilon [\text{m}^2/\text{s}^{-3}]$	Skala Kolmogorova $\eta [\text{m}]$	Czas Kolmogorova $\tau_\eta [\text{s}]$	Prędkość Kolmogorova $u_\eta [\text{cm s}^{-1}]$
10^{-5}	$4,5 \times 10^{-3}$	1,25	0,35
10^{-4}	$2,5 \times 10^{-3}$	0,40	0,63
10^{-3}	$1,4 \times 10^{-3}$	0,13	1,1
10^{-2}	$0,8 \times 10^{-3}$	0,04	2,0
10^{-1}	$0,45 \times 10^{-3}$	0,01	3,5

Tabela 1: Charakterystyczne skale Kolmogorova dla współczynników dyssypacji energii typowych dla chmur cumulus[10].

2.3 Chmury i opad atmosferyczny

2.4 Oddziaływania kropelek z przepływem

Kropelki chmurowe nie są pasywnymi skalarami, mogą oddziaływać one z otaczającym powietrzem na kilka sposobów:

- oddziaływania hydrodynamiczne,
- oddziaływania termodynamiczne,
- wymiana masy,

Kropelki chmurowe, które zawierają dodatkowe substancje chemiczne mogą oddziaływać również z otoczeniem poprzez reakcje chemiczne. Problem ten nie jest jednak rozważany w tej pracy.

Oddziaływania hydrodynamiczne polegają na wymianie energii mechanicznej pomiędzy płynem a kropelką. W dynamicznym przepływie następuje ciągła wymiana energii kinetycznej i potencjalnej pomiędzy powietrzem i unoszoną w nim kropelką. Różnica gęstości pomiędzy dwiema fazami skutkuje różną bezwładnością kropelki i otaczającego ją medium, która powoduje, że kropelki poru-

szają się po trajektoriach nieco innych niż otaczający je płyn. W ten sposób mogą one pobierać energię kinetyczną przepływu w miejscach, w których są przyspieszane i oddawać ją w innym miejscu, w którym wyhamowują.

W przypadku rozważanych tu kropelek o rozmiarach rzędu 10 mikronów, kropelki wody poruszają się z prędkością zbliżoną do prędkości płynu. Jest to spowodowane relatywnie małym stosunkiem sił objętościowych do wypadkowej siły działającej na powierzchnię kropelki. Podczas gdy siły objętościowe (bezwładność i grawitacja) dążą do zmiany prędkości kropelki względem płynu, siły oporu działające na powierzchnię wyrównują prędkość kropelki do prędkości otaczającego ją płynu. Siły objętościowe zależą od wielkości jak r^3 natomiast wypadkowa siła powierzchniowa (siła Stokesa) jak r . Zatem stosunek sił objętościowych do sił powierzchniowych zmienia się wraz z wielkością jak r^2 . Zależność ta została ilościowo wyrażona przez tzw. czas Stokesa τ_p [10] (czas relaksacji dla sedymentacji):

$$\tau_p = \frac{m_p}{6\pi R \mu} = 2 \rho_w \frac{R^2}{9 \mu}, \quad (2.4.1)$$

gdzie m_p jest masą kropelki, R jej promieniem, μ lepkością dynamiczną płynu, ρ_w gęstością wody.

Czas ten odpowiada czasowi, po którym opadająca swobodnie w polu grawitacyjnym kropelka osiągnie około 63% prędkości granicznej.

Promień R [m]	Liczba Reynoldsa Re_p	Prędkość końcowa V_T [cm/s]	Czas Stokesa τ_p [s]
5×10^{-6}	$0,9 \times 10^{-3}$	0,3	3×10^{-4}
10×10^{-6}	$0,7 \times 10^{-2}$	1,2	11×10^{-4}
15×10^{-6}	$0,2 \times 10^{-1}$	2,7	26×10^{-4}
20×10^{-6}	$0,6 \times 10^{-1}$	4,8	46×10^{-4}

Tabela 2: Skale charakterystyczne dla wybranych wielkości kropelek wody w powietrzu [10].

Małe prędkości kropelek względem przepływu skutkują małymi Liczbami Reynoldsa (tabela 2). Przyjmuje się zatem, że dla kropelek wody w powietrzu obowiązuje prawo Stokesa dla siły oporu:

$$\mathbf{F} = -6\pi\mu R(\mathbf{u} - \mathbf{v}), \quad (2.4.2)$$

gdzie μ jest lepkością dynamiczną powietrza, R jej promieniem, μ lepkością dynamiczną płynu, $\mathbf{u}$ prędkością przepływu a $\mathbf{v}$ prędkością kropelki.

Drugie prawo dynamiki Newtona dla cząsteczki poruszającej się z prędkością $\mathbf{v}$ w jednorodnym, ale zmiennym w czasie przepływie o prędkości $\mathbf{u}$ wygląda następująco:

$$\rho_d V_d \frac{d\mathbf{u}}{dt} = 6\pi R(\mathbf{u} - \mathbf{v}) + \frac{1}{2} \rho_f V_d (\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{v}}) + 6R^2 \sqrt{\pi \rho_f \mu} \int_0^t \frac{\dot{\mathbf{u}}(t') - \dot{\mathbf{v}}(t')}{\sqrt{t - t'}} dt' + \rho_d V_d \mathbf{g} + \rho_f V_d (\dot{\mathbf{u}} - \mathbf{g}). \quad (2.4.3)$$

gdzie μ jest lepkością płynu, ρ_f jego gęstością, ρ_d to gęstość cząsteczki, a $V_d = 4/3\pi R^3$ jest objętością cząsteczki. Po prawej stronie równania 2.4.3 występują następujące człony: siła Stokesa, dodatkowa siła masowa spowodowana przyspieszeniami w otaczającym płynie, siła Basseta spowodowana dyfuzją wirowości powstającej podczas przyspieszania cząsteczki, siła grawitacji. Ostatni człon to poprawka na ścinanie pola prędkości wskutek oddziaływania na cząsteczkę i siłę wyporu.

Równanie to powstało wskutek uproszczeń takich jak między innymi: zaniedbanie zakrzywienia pola prędkości, zaniedbanie poślizgu, oddziaływań powierzchniowych i oddziaływań z innymi kropelkami

Oddziaływania hydrodynamiczne kropelek z otaczającym je przepływem odbywa się w dwie strony: przepływ powietrza powoduje zmianę trajektorii kropelek, kropelki powodują lokalne zmiany pola prędkości. Ze względu na małe liczby Reynoldsa pojedyncze kropelki nie produkują turbulentnych wirów. Rozpatrywane przepływy w chmurach są w ogólności turbulentne, jednak skala Kolmogorova jest dwa, trzy rzędy wielkości większa od rozmiarów kropelek (porównaj tabele 1 i 2). To sprawia, że przepływ w otoczeniu kropelki jest wystarczająco gładki, aby kropelka nie „zauważała” przestrzennych zmian pola prędkości (przyjmuje się, że oddziaływanie przepływu z cząstką dla prawa Stokesa jest istotne na dystansie do 50 promieni kropelki). W skalach oddziaływań pojedynczej kropelki z przepływem (poniżej skali Kolmogorova) przepływ nie jest turbulentny. Stosowanie prawa Stokesa i równania 2.4.3 do opisu ruchu kropelek chmurowych jest więc w tym przypadku uzasadnione.

Ponieważ wielkość kropelek jest mała w porównaniu ze skalą Kolmogorova, oznacza to, że kropelki nie oddziałują bezpośrednio z wirami turbulentnymi, bo są mniejsze co najmniej dwa rzędy wielkości od najmniejszych wirów występujących w przepływie. Wynika z tego również, że wiry turbulentne i związane z nimi gradienty prędkości nie powodują deformacji powierzchni kropelek i ich rozrywania [literatura np. z conexu].

Oddziaływania hydrodynamiczne pomiędzy przepływem a kropelką mogą być ilościowo opisane przez tzw. liczbę Stokesa:

$$S_t = \frac{\tau_p}{\tau_F} . \quad (2.4.4)$$

Liczba ta wyraża stosunek czasu Stokesa τ_p do charakterystycznej skali czasu zmienności przepływu τ_F co daje liczbowe oszacowanie szybkości z jaką cząsteczka dostosowuje się do zmian pola przepływu. Mała liczba Stokesa odpowiada sytuacji, gdy kropelka porusza się niemalże jednocześnie z płynem. Duża wartość tej liczby odpowiada sytuacji, gdy cząsteczki są na tyle ciężkie, że opadają w polu grawitacyjnym prawie nie zaburzane przez pole prędkości płynu. Spodziewamy się największych oddziaływań pomiędzy przepływem i kropelką dla liczby Stokesa równej jedności.

W przypadku przepływu turbulentnego charakterystyczną skalą czasu dla przepływu może być skala Kolmogorova τ_η , ponieważ w tej skali spodziewamy się maksymalnej wirowości. Tabela 3 zawiera liczby Stokesa policzone dla wybranych promieni kropelek i czasów Stokesa (porównaj tabela 2).

τ_η [s] \ R [m]	5×10^{-6} m	10×10^{-6} m	15×10^{-6} m	20×10^{-6} m
1,25 s	0,0002	0,0009	0,0021	0,0036
0,40 s	0,0007	0,0028	0,0064	0,0114
0,13 s	0,0022	0,0088	0,0197	0,0351
0,04 s	0,0071	0,0285	0,0641	0,1140
0,01 s	0,0285	0,1140	0,2564	0,4558

Tabela 3: Liczba Stokesa dla wybranych promieni kropelek i wybranych skal czasu Kolmogorova.

3 Diagram mieszania – analiza termodynamicznych efektów procesu mieszania

Rozważmy dwie masy powietrza o ustalonych parametrach termodynamicznych. Jedna z porcji powietrza niech będzie powietrzem czystym, tzn. niech nie zawiera wody kropelkowej, druga porcja niech będzie powietrzem chmurowym, w którym znajdują się kropelki chmurowe. Przy czym wilgotność względna drugiej porcji powietrza niech wynosi 100% - to znaczy niech kropelki będą w stanie równowagi termodynamicznej z otaczającym powietrzem.

Zastanówmy się jakie parametry termodynamiczne ustalą się po zmieszaniu tych obu porcji powietrza w różnych stosunkach zmieszania powietrza chmurowego k , który definiuje się jako stosunek masy powietrza chmurowego do sumy obu porcji powietrza (chmurowego i czystego). Wartość $k=0$ odpowiada przypadkowi, gdy mamy tylko czyste powietrze, wartość $k=1$ odpowiada przypadkowi, gdy mamy tylko powietrze chmurowe.

Zbadajmy jaka temperatura gęstościowa ustali się w rozważanym przez nas procesie mieszania. Temperaturę gęstościową definiuje się następująco:

$$T_{\rho} \approx T \left(1 + \left(1 - \frac{R_v}{R_a} \right) X - w \right) \quad (3.1)$$

gdzie T jest temperaturą powietrza, R_v , R_a stałymi gazowymi pary wodnej i suchego powietrza, X stosunkiem zmieszania pary wodnej, w – stosunkiem zmieszania wody kropelkowej.

Temperatura gęstościowa jest tak zdefiniowana, że jest ona proporcjonalna do odwrotności gęstości:

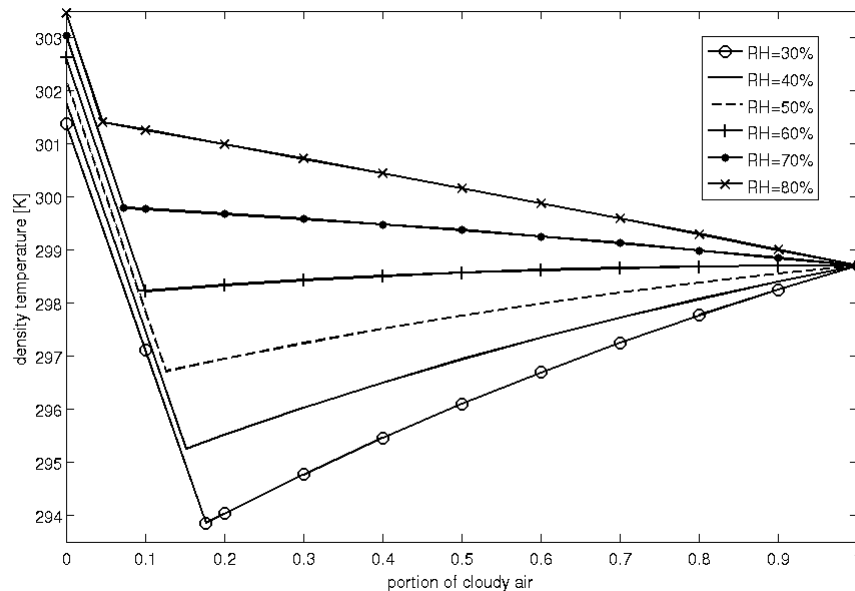
$$\rho \sim \frac{1}{T_{\rho}} \quad (3.2)$$

Uwzględnia ona dwie poprawki na gęstość, spowodowane obecnością wody w powietrzu. Pierwsza poprawka – $1 + \left(1 - \frac{R_v}{R_a} \right) X$ uwzględnia wpływ zmiany koncentracji pary wodnej na gęstość, druga – w uwzględnia wpływ wody kropelkowej.

Sporządzony diagram mieszania dla parametrów eksperymentalnych ($T=298K$) i różnych wilgotności względnych czystego powietrza przedstawiony jest na rys.. Przedstawia on zależność pomiędzy temperaturą gęstościową a proporcjami zmieszania powietrza chmurowego ($T_{\rho}(k)$).

Pomimo tego, że temperatura powietrza czystego nie była zmieniana to T_{ρ} dla różnych wilgot-

ność zmienia się. Jest to spowodowane tym, że zmiana wilgotności powoduje zmianę stosunku zmieszania pary wodnej we wzorze 3.1. T_p powietrza chmurowego była stała we wszystkich eksperymentach.



Rys. 3.1: Diagram mieszania – Zależność density temperature od proporcji zmieszania chmurowego powietrza z powietrzem czystym.

Wyraźnie widać, że wszystkie wykresy na diagramie mieszania składają się z dwóch części i charakteryzują się skokiem pochodnej w punkcie łączącym obie części. Pierwsza część wykresu (dla małych wartości k) jest we wszystkich przypadkach malejąca, natomiast monotoniczność drugiej części wykresu (dla dużych wartości k) zmienia się wraz z wilgotnością. Obie części wykresu odpowiadają dwóm różnym reżimom zależnym od początkowych parametrów termodynamicznych.

Pierwszy reżim odpowiada sytuacji, gdy mieszana jest niewielka porcja powietrza chmurowego, więc jest na tyle mało kropelek, że wszystkie parują i równowaga termodynamiczna ustala się dla wilgotności mniejszej od 100%.

Drugi reżim występuje, gdy wody kropelkowej jest na tyle dużo, że stan równowagi termodynamicznej jest osiągany zanim odparują wszystkie kropelki, wtedy w rezultacie zostaje osiągnięty stan nasycenia ($RH=100\%$).

Punkt, w którym następuje skok pochodnej odpowiada sytuacji pośredniej, gdy po odparowaniu całej wody kropelkowej zostaje osiągnięte nasycenie.

Wykres ten ilustruje jak skomplikowany jest proces rozważanego mieszania. Można sobie wy-

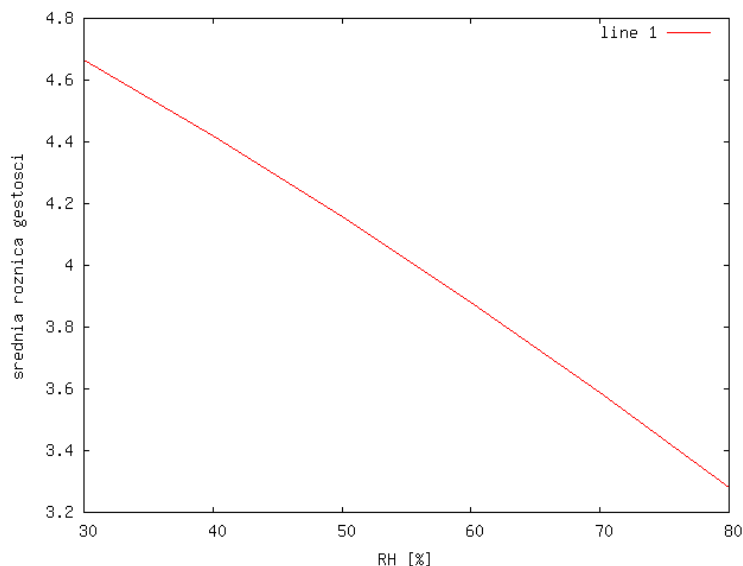
obrazić, że w wyniku tego procesu obie masy mieszają się niejednorodnie (patrz rys.). Powoduje to, występowanie obok siebie porcji powietrza różniących się historią mieszania, co skutkuje powstaniem różnicy wyporu pomiędzy nimi i pojawieniem się fluktuacji siły wyporu w mieszającej się objętości.

Nie znamy rozkładu gęstości prawdopodobieństwa dla stosunku zmieszania k w naszym eksperymencie. Zakładając najprostszy przypadek, to znaczy rozkład płaski, w którym każda wartość k jest równie prawdopodobna i występuje równie często, możemy przeanalizować statystykę T_ρ . Jest to zapewne bardzo duże uproszczenie, ale przynajmniej pozwoli nam przy braku danych na jakościową dyskusję diagramu mieszania.

Uśredniając wykres T_ρ można oszacować jak zmienia się średnia gęstość opadającej strugi. Rys. 3.2 przedstawia różnicę pomiędzy T_ρ dla powietrza czystego a średnią wartością T_ρ dla całego diagramu:

$$\Delta T_\rho = T_\rho(0) - \langle T_\rho(k) \rangle \quad (3.3)$$

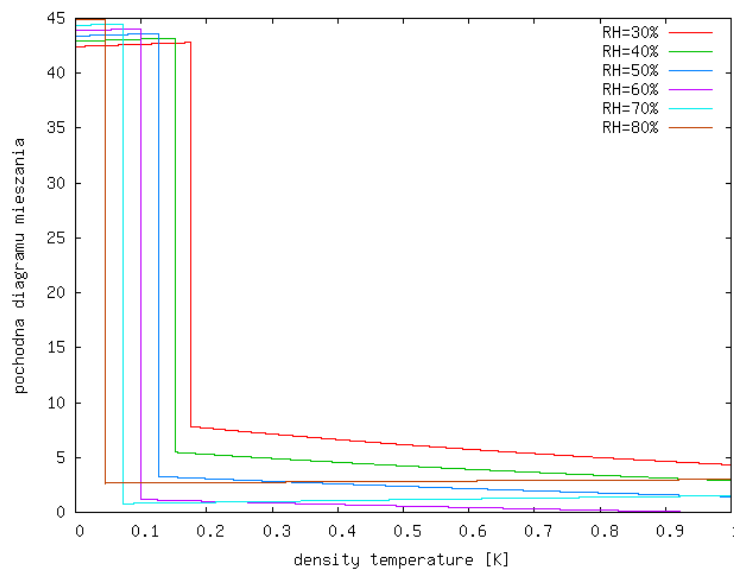
Operacja $\langle . \rangle$ oznacza tutaj uśrednianie po wszystkich wartościach proporcji zmieszania $k \in [0, 1]$. Możemy przypuszczać, że wykres ten pokazuje jakościowo, jak zmienia się średnia różnica wyporności pomiędzy powietrzem w opadającej chmurowej strudze a otaczającym czystym powietrzem w zależności od wilgotności względnej czystego powietrza. Zależność ta sugeruje, że dla mniejszych wilgotności powinna pojawiać się średnio większa różnica wyporu co powinno skutkować większą średnią prędkością opadania.



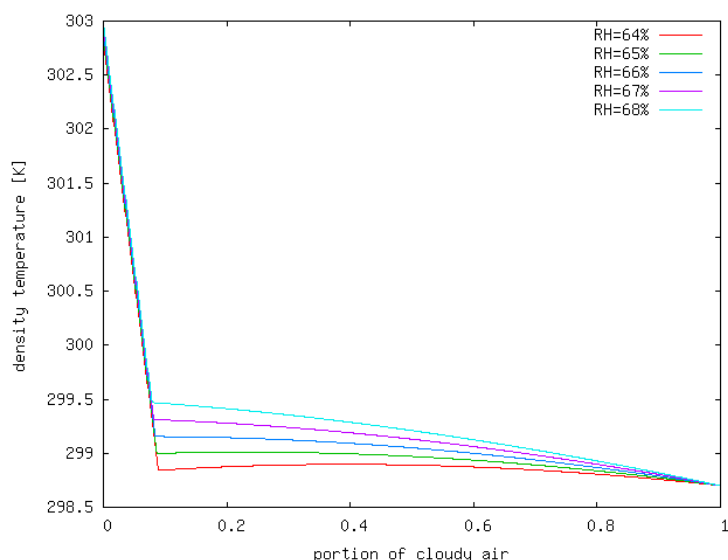
Rys. 3.2: Średnia różnica temperatury gęstościowej między powietrzem suchym a zmieszanym w zależności od wilgotności.

Fluktuacje siły wyporu powodowane są przez fluktuacje temperatury gęstościowej. Można sobie

wyobrazić, że częstym przypadkiem jest, gdy myślowo wyodrębnione porcje powietrza bezpośrednio ze sobą sąsiadujące będą miały podobną historię mieszania (inaczej mówiąc powstały przez wymieszanie dwóch różnych mas powietrza z podobnymi proporcjami zmieszania k). W tym przypadku istotna jest wartość pochodnej temperatury gęstościowej T_ρ po proporcjach zmieszania k ($\frac{dT_\rho}{dk}$). Z diagramu mieszania wynika, że największe pochodne występują dla pierwszej części wykresu i długość tej części jest większa dla mniejszych wilgotności. Moduł pochodnej dla diagramu mieszania jest pokazany na rys.3.3. Wynika z tego, że największe różnice wyporu powstają gdy mieszane jest powietrze chmurowe z małą proporcją zmieszania w stosunku do powietrza czystego, można się więc spodziewać silnych efektów na brzegu chmury. Efekty te będą silniejsze, gdy różnica wilgotności pomiędzy obiema masami będzie duża, wtedy wydłuża się obszar dużych pochodnych T_ρ . Różnice modułu pochodnej w zależności od wilgotności są mało istotne dla pierwszej części wykresu, natomiast dla drugiej części wykresu pochodna zmienia się w sposób niemonotoniczny. Na diagramie mieszania (rys. 3.1) można zauważyć, że wraz ze zmianą wilgotności zmienia się znak pochodnej dla drugiej części wykresu. Najmniejsze wartości modułu pochodnej występują dla wilgotności około 66% (patrz rys. 3.4).

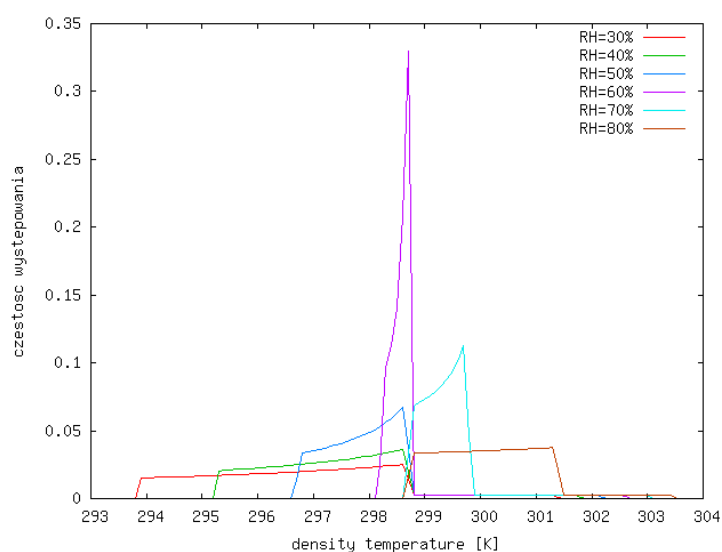


Rys. 3.3: Moduł pochodnej dla diagramów mieszania

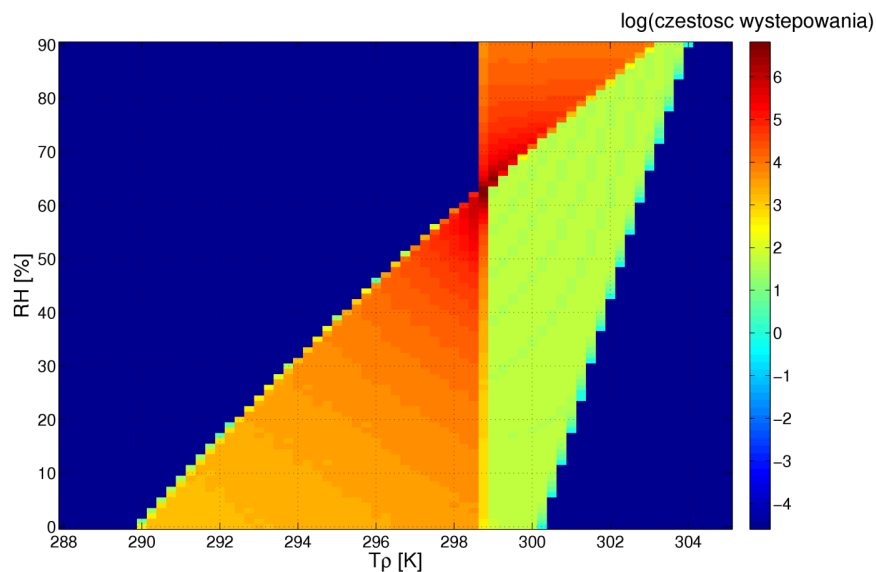


Rys. 3.4: Diagram mieszania dla RH w okolicy 66%.

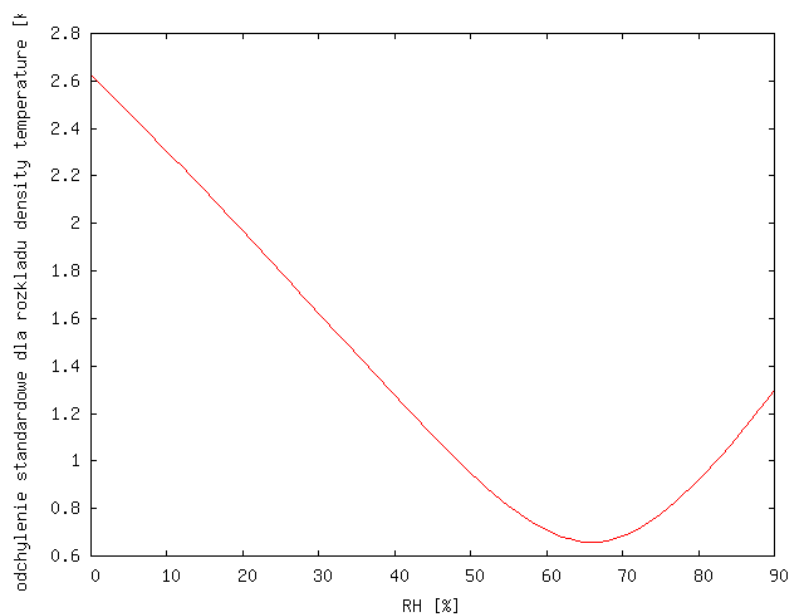
W analizie fluktuacji wyporu trzeba wziąć też pod uwagę stykające się cząstki powietrza, które mają inne historie mieszania. W tym przypadku należy przeanalizować rozkład T_ρ . Na pierwszy rzut oka można zauważyć na rys. , że krzywe dla RH=30% i RH=80% różnią się istotnie. Wyraźnie widać na przykład, że zakres wartości T_ρ dla mniejszej wilgotności jest o wiele szerszy niż zakres wartości dla większej wilgotności. Tendencję tę można zauważyć również na wykresach rozkładu T_ρ . (rys. 3.5 i rys. 3.6). Przedstawia on unormowane do jedynki rozkłady T_ρ dla różnych RH. Rozkłady różnią się w znaczny sposób między sobą tak szerokością jak i kształtem. Dla RH w okolicach 66% rozkład staje się najwęższy. i. Szerokość rozkładów została oszacowana przez odchylenie standardowe (rys. 3.7). Wynika z tego, że szerokość rozkładu maleje wraz z wilgotnością do RH~66% następnie zaczyna rosnąć.



Rys. 3.5: Rozkłady temperatury gęstościowej dla różnych wilgotności względnych sporządzone na podstawie diagramu mieszania.



Rys. 3.6: Wykres przedstawia rozkłady temperatury gęstościowej T_p dla różnych wartości wilgotności właściwej RH. Każda linia pozioma odpowiada diagramowi mieszania dla konkretnej wartości RH. Kolor odpowiada częstotliwości występowania danej temperatury (dla lepszej jasności wykresu wykreśliłem logarytm tej wartości). wyraźnie widać, że dla RH~66% szerokość rozkładu jest najmniejsza.



Rys. 3.7: Wykres zależności odchylenia standardowego dla rozkładu density temperature w zależności od RH.

Podsumowując, w przedstawionych powyżej rozważaniach liczone były takie wartości jak średnie czy odchylenia standardowe na podstawie diagramów mieszania. Pomimo grubych uproszczeń

(założony rozkład płaski proporcji zmieszania k) można wyciągnąć pewne jakościowe wnioski. Wynika z nich, że prędkość opadania strugi powinna rosnąć wraz ze wzrostem różnicy wilgotności pomiędzy dwiema masami powietrza. Natomiast szerokość rozkładu fluktuacji gęstości zależy od wilgotności w sposób niemonotoniczny.

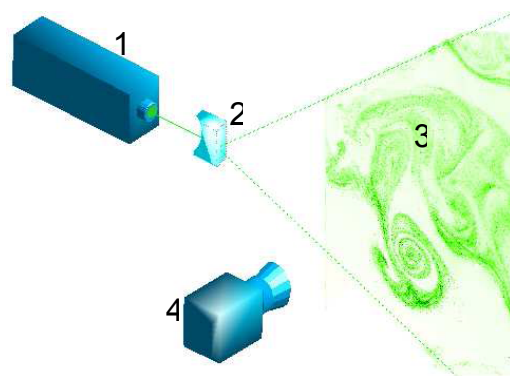
4 Anemometria obrazowa - PIV

4.1 Opis metody

PIV (z angielskiego – Particle Image Velocimetry) jest metodą stosowaną, w badaniach pola prędkości płynu. Technika dzięki oparciu na analizie obrazów posiada niewątpliwy atut jakim jest nieinwazyjność, przy czym dostarcza bogatych danych w postaci pól prędkości czy nawet pól przyspieszeń. Nic dziwnego, że znalazła zastosowanie w różnorodnych dziedzinach, od tych bardziej oczywistych zastosowań w technice przy projektowaniu elementów pojazdów po biologię i medycynę, gdzie bada się na przykład krążenie krwi.

Różnorodność zastosowań i postęp technologiczny sprzyjały wykształceniu się wielu technik pochodnych jak na przykład 2D-PIV, Stereo-PIV czy Micro-PIV.

Eksperymenty PIV polegają na utrwalaniu chwilowych obrazów wizualizowanego przepływu. Aby ruch płynu stał się widoczny rozprowadza się w nim cząsteczki znacznika na tyle małe, aby nie zmieniały przepływu i jednocześnie poruszały się razem z nim. Badany przepływ oświetlany jest silnym źródłem światła, które rozpraszane jest przez cząsteczki. Światło jest formowane przy użyciu soczewki cylindrycznej w płaską, cienką wiązkę (nóż świetlny). Dzięki



Rys. 4.1.1: Uproszczony schemat układu eksperymentalnego PIV: 1 - źródło światła, 2 - układ formujący płaszczyznę świetlną, 3 - płaszczyzna świetlna podświetlająca fragment przepływu.

temu otrzymywany jest prawie dwuwymiarowy przekrój przez badany przepływ, który jest rejestrowany przez kamerę ustawioną prostopadle do płaszczyzny przekroju. W czasie eksperymentów PIV pozyskiwane są pary fotografii, przy czym dwa zdjęcia w parze otrzymywane są w różnych chwilach czasu. Współcześnie jako źródła światła używa się najczęściej laserów impulsowych. Oświetlenie przepływu krótkimi, ale intensywnymi impulsami światła pozwala na rejestrację nierozmazanych obrazów cząstek znacznika przy dużych prędkościach przepływu. Zastosowanie kamer cyfrowych pozwala na automatyczną akwizycję dużych liczb fotografii, które są gotowe do dalszej analizy przy pomocy programów PIV. Fotografie takie pozwalają na utrwalenie chwilowego stanu położenia cząsteczek znacznika.

Podświetlony fragment przepływu zawiera zbiór cząsteczek. Niech zbiór ten będzie N - elementowy. Chwilowy rozkład przestrzenny cząsteczek jest opisany przez zbiór Γ :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{R}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{R}_N \end{pmatrix} \quad (4.1.1)$$

Gdzie wektor $\mathbf{R}_i = [X_i, Y_i, Z_i]$ jest wektorem położenia i -tej cząsteczki w trójwymiarowej przestrzeni przepływu. Jeśli zaniedba się grubość wiązki świetlnej to:

$$\forall_i Z_i = const, \quad (4.1.2)$$

więc położenie widocznych cząsteczek opisywane jest tylko przez dwie składowe.

Rozproszone na cząsteczkach znacznika światło rzutowane jest przez układ optyczny kamery na matrycę CCD, która rejestruje obraz i wysyła go do urządzenia przechowującego dane w postaci dwuwymiarowej cyfrowej fotografii. Cząsteczkom znacznika w przestrzeni przepływu odpowiadają obrazy tych cząsteczek na dwuwymiarowej płaszczyźnie fotografii. Zbiorowi Γ odpowiada zbiór γ :

$$\gamma = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{r}_n \end{pmatrix} \quad (4.1.3)$$

gdzie $\mathbf{r}_i = [x_j, y_j]$ jest położeniem j -tego obrazu cząsteczki na płaszczyźnie fotografii a n liczebność zbioru. Każdej cząsteczce przyporządkowany jest obraz cząsteczki na płaszczyźnie fotografii. W ogólności nie jest to jednak odwzorowanie różnowartościowe i jednemu obrazowi może odpowiadać kilka cząsteczek w rzeczywistej przestrzeni. Jest to spowodowane tym, że kilka cząsteczek w trójwymiarowej przestrzeni może być rzutowanych w to samo miejsce na płaszczyźnie fotografii (cząsteczki mogą się zasłaniać), więc wielkości zbiorów spełniają następującą relację:

$$n \leq N. \quad (4.1.4)$$

W eksperymentach z użyciem techniki PIV używa się jednak na tyle cienkich płaszczyzn świetlnych aby efekty związane z trójwymiarowością przepływu były pomijalne. Dąży się więc do tego

aby:

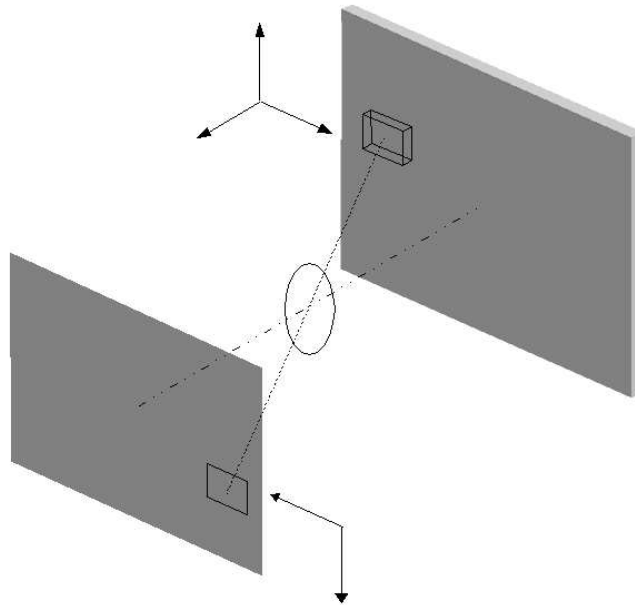
$$\frac{N-n}{N} \ll 1. \quad (4.1.5)$$

Jeśli spełnione są te warunki to oznacza, że prawie każda cząstka znacznika ma swój odpowiednik na płaszczyźnie fotografii. Współrzędne na płaszczyźnie fotografii związane są ze współrzędnymi rzeczywistymi przekształceniem liniowym:

$$X = \frac{x}{M}, Y = \frac{y}{M}. \quad (4.1.6)$$

Współczynnik M jest współczynnikiem skalowania, który jest znajdowany empirycznie w procesie kalibracji układu pomiarowego.

Pojedyncza fotografia zawiera więc informacje o chwilowym stanie układu, czyli chwilowym rozkładzie przestrzennym cząsteczek znacznika.



Rys. 4.1.2: Schemat rzutowania na płaszczyznę fotografii

W eksperymentach PIV rejestrowane są pary fotografii. Pierwsza fotografia wykonywana jest w chwili t_0 , następna w $t_1 = t_0 + \Delta t$. Podobnie jak to było zrobione wcześniej, dla każdej z chwil czasowych można zdefiniować zbiory położeń cząsteczek znacznika $\Gamma(t_0)$ i $\Gamma(t_1)$. W praktyce, jeżeli $\Delta t \neq 0$ to oba zbiory nie dotyczą tego samego zbioru cząsteczek. W przedziale czasowym część cząsteczek ucieknie poza kadr kamery, a jednocześnie pojawią się inne, które nie były widoczne wcześniej. To samo dotyczy również płaszczyzny świetlnej, w którą wpadają i wypadają cząsteczki. W zależności od długości Δt , grubości płaszczyzny świetlnej i od charakteru przepływu będzie zmieniała się liczba cząsteczek, które widoczne są dla obu chwil czasowych. Zbiory $\Gamma(t_0)$ i $\Gamma(t_1)$ zapiszemy w postaci

sumy podzbiorów:

$$\begin{aligned}\Gamma(t_0) &= \Gamma_w(t_0) \cup \Gamma_s(t_0), \\ \Gamma(t_1) &= \Gamma_w(t_1) \cup \Gamma_s(t_1).\end{aligned}\tag{4.1.7}$$

Zbiory oznaczone indeksem w zawierają położenia tego samego zbioru cząsteczek w dwóch różnych chwilach czasu. Mają one zatem tę samą liczbę elementów N_w . Zbiory oznaczone indeksem s zawierają położenia cząsteczek, które widoczne są tylko w jednej chwili czasowej.

Podobnie jak to zostało pokazane wcześniej, zbiorom położen cząsteczek w rzeczywistej przestrzeni odpowiadają zbiory położen obrazów tych cząsteczek na płaszczyźnie fotografii:

$$\begin{aligned}\gamma(t_0) &= \gamma_w(t_0) \cup \gamma_s(t_0), \\ \gamma(t_1) &= \gamma_w(t_1) \cup \gamma_s(t_1).\end{aligned}\tag{4.1.8}$$

Para fotografii zawiera więc informację o położeniach tych samych cząsteczek znacznika w różnych chwilach czasu – zbiory z indeksem w i informację o położeniu przypadkowych cząsteczek – zbiory z indeksem s .

Jeżeli wielkość zbiorów γ_s jest dużo mniejsza od wielkości zbiorów γ_w to dwie fotografie zawierają informację o przemieszczeniach cząsteczek, którą można odzyskać przez przetwarzanie tych fotografii technikami PIV.

Większość algorytmów PIV nie szuka pojedynczych cząsteczek i ich przemieszczeń. Przedstawione powyżej rozumowanie miało pokazać pewne założenia o fotografiach, na których bazują techniki PIV. Zazwyczaj oprogramowanie PIV szuka przemieszczeń małych elementów obrazów

4.2 Idea algorytmu PIV zastosowanego w niniejszych badaniach

Pomiar prędkości na podstawie dwóch fotografii przepływu jest możliwy, gdy przemieszczenia cząsteczek są niewielkie. Inaczej sprawiałoby to poważne błędy interpretacyjne. Małe przemieszczenia pozwalają również na zredukowanie efektu krzywizny trajektorii cząsteczek na pomiar prędkości.

Wykorzystywany w badaniach algorytm nie szukał przemieszczeń pojedynczych kropelek. Było to niemożliwe z powodu dużych koncentracji kropelek.

Większość algorytmów PIV bazuje na technice korelacji wzajemnych dla niewielkich fragmentów fotografii. Pomiar prędkości w danym punkcie polega na znalezieniu przemieszczeń fragmentu fotografii który jest otoczeniem tego punktu. Zakłada się, że grupa cząsteczek znajdujących się na fotografii nie ulega znacznym deformacjom, jest tylko przesunięta. Znalezienie na drugiej fotografii

tej samej grupy cząsteczek pozwala na oszacowanie przemieszczenia elementu płynu.

4.3 Opis algorytmu zastosowanego w badaniach

Wszystkie programy PIV oparte są na algorytmach przetwarzających obrazy. Atomową operacją takich algorytmów jest wyszukiwanie podobieństw na obrazach. Jest to konieczne, gdy chcemy znaleźć położenia tych samych obiektów na obu fotografiach. Obiektowi w rzeczywistej przestrzeni odpowiada obraz tego obiektu na płaszczyźnie fotografii. Dwie fotografie na których zarejestrowano ruch obiektu zawierają obrazy tego obiektu uchwycone w różnych położeniach. Obrazy obiektu zarejestrowane w różnych chwilach czasu są podobne ale praktycznie nigdy nie są identyczne (jest to związane ze specyfiką samego zjawiska, w którym sam obiekt może podlegać deformacjom, obrotom, jak też z powodów technicznych takich jak różnica w oświetleniu, szumy układu obrazującego itp.). Do porównywania obrazów stosuje się różnorodne metody opisane w literaturze. Program stworzony na potrzeby niniejszej pracy oparty był na współczynniku kowariancji lub ściślej na współczynniku korelacji liniowej.

Cyfrowe obrazy można traktować jak tabele, czy macierze. Indeksy poszczególnych elementów macierzy są związane liniowym przekształceniem ze współrzędnymi na płaszczyźnie fotografii i będą tutaj utożsamiane jako współrzędne - odpowiednio indeks i – współrzędna pozioma, j - pionowa. Wartości poszczególnych elementów macierzy odpowiadają poziomowi jasności w danym punkcie fotografii. Jasność przybiera całkowite wartości dodatnie z zakresu determinowanego przez właściwości kamery (liczbę bitów przetwornika analogowo-cyfrowego).

Niech S_1, S_2 oznaczają odpowiednio macierze odpowiadające cyfrowym obrazom o tych samych rozmiarach $M \times N$. $S_1(i, j), S_2(i, j)$ niech oznaczają elementy tych obrazów (piksele) o współrzędnych i, j . Współczynnik korelacji można zatem zdefiniować w następujący sposób:

$$C = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_1(i, j) - \langle S_1 \rangle) \cdot (S_2(i, j) - \langle S_2 \rangle)}{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_1(i, j) - \langle S_1 \rangle)^2 \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_2(i, j) - \langle S_2 \rangle)^2}} \quad (4.3.1)$$

gdzie symbol $\langle \rangle$ oznacza uśrednianie:

$$\langle S_1 \rangle = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N S_1(i, j) . \quad (4.3.2)$$

Można pokazać, że dla licznika wyrażenia z równania 4.3.1 prawdziwa jest następująca zależność:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_1(i, j) - \langle S_1 \rangle) \cdot (S_2(i, j) - \langle S_2 \rangle) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_1(i, j) - \langle S_1 \rangle) \cdot (S_2(i, j) - C) . \quad (4.3.3)$$

gdzie C jest dowolną stałą. Wstawienie $C=0$ pozwala na uproszczenie i przyspieszenie obliczeń. Podobnie można uprościć występujące w mianowniku 4.3.1 dyspersje:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_1(i, j) - \langle S_1 \rangle)^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_1(i, j))^2 - M N \langle S_1 \rangle^2 . \quad (4.3.4)$$

Uproszczenia te są szczególnie przydatne, jeśli porównujemy jeden obraz ze zbiorem obrazów.

Założmy, że mamy ustaloną próbkę S_1 i chcemy porównać ją z wieloma różnymi próbkami S_2 . Dla próbki S_1 liczymy tylko raz dwie wartości:

$$\tilde{S}_1(i, j) = S_1(i, j) - \langle S_1 \rangle . \quad (4.3.5)$$

i

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_1(i, j) - \langle S_1 \rangle)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \tilde{S}_1^2(i, j)} . \quad (4.3.6)$$

Wyrażenie na współczynnik korelacji 4.3.1 możemy zatem przekształcić do następującego wzoru:

$$C = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \tilde{S}_1(i, j) S_2(i, j)}{\sigma \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_2(i, j))^2 - M N \langle S_2 \rangle^2}} . \quad (4.3.7)$$

Znajdowanie podobnych fragmentów na dwóch fotografiach opiera się na sprawdzaniu podobieństwa małego fragmentu z pierwszej fotografii ze zbiorem fragmentów z drugiej fotografii.

Niech O i S będą obrazami cyfrowymi. Dla uproszczenia założmy że są to obrazy kwadratowe. Niech O ma zatem wymiar $L \times L$ a S wymiar $M \times M$. Przy czym wymiar $L < M$. Operację korelacji wzajemnych wykonuje się, aby znaleźć wewnątrz obrazu O fragment najbardziej podobny do obrazu S . W tym celu korzystając ze współczynnika korelacji porównuje się wszystkie fragmenty o wymiarach $M \times M$ zawarte wewnątrz obrazu O z obrazem S . Otrzymujemy zatem nie jedną wartość współczynnika korelacji, ale zależność tego współczynnika od położenia testowanych fragmentów. Zależność tę można opisać wzorem:

$$C(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \tilde{S}(i, j) O(i+x, j+y)}{\sigma M \sqrt{\langle O_{xy}^2 \rangle - \langle O_{xy} \rangle^2}} . \quad (4.3.8)$$

gdzie

$$\langle O_{xy} \rangle = \frac{1}{MM} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M O(x+i, y+j) \quad (4.3.9)$$

$$\langle O_{xy}^2 \rangle = \frac{1}{MM} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M (O(x+i, y+j))^2 \quad (4.3.10)$$

Tak zapisana funkcja korelacji jest szczególnie wygodna dla zastosowania standardowych algorytmów przetwarzania obrazów. Iloczyn w liczniku można traktować jako spłot dwóch periodycznych funkcji, z których jedna – zawierająca obraz próbki ma ograniczony nośnik o rozmiarze próbki (to znaczy sygnał jest ograniczony tylko do kwadratu $M \times M$, a reszta przestrzeni jest wypełniona zerami). Na mocy twierdzenia o splocie transformatę splotu można wyrazić jako iloczyn transformat splatanych funkcji:

$$F\{f \otimes g\} = F\{f\} F\{g\}, \quad (4.3.11)$$

gdzie F oznacza transformatę Fouriera, a symbol $\otimes$ oznacza operację splotu.

Odpowiada to wyrażeniu dla korelacji:

$$F\{f \star g\} = F\{f\} F\{g\}^*, \quad (4.3.12)$$

gdzie symbol $\star$ oznacza operację korelacji wzajemnej (z ang. cross correlation). Zastosowanie szybkiej transformaty Fouriera pozwala na znaczne przyspieszenie działania programu.

Ponadto wyrazy występujące w mianowniku $\langle O_{xy} \rangle$ i $\langle O_{xy}^2 \rangle$ nie zależą od próbki S . Nie trzeba liczyć ich za każdym razem, gdy wybierana jest kolejna próbka S . W programie wyrazy te liczone są na początku dla całej fotografii jeszcze przed przystąpieniem do liczenia lokalnych korelacji wzajemnych.

W przypadku naszego programu PIV próbka jest kwadratowy fragment pierwszej fotografii natomiast obszarem poszukiwań kwadratowy obraz drugiej fotografii w którym chcemy znaleźć fragment mu odpowiadający. Wielkość tego obszaru jest uzależniona od maksymalnych przemieszczeń, których się spodziewamy w przepływie. Przy czym współrzędne środka obu kwadratów są takie same. Wtedy $C(x,y)$ można interpretować jako zależność współczynnika korelacji pomiędzy ustalonym fragmentem z pierwszej fotografii, a fragmentem z drugiej fotografii, który odpowiada hipotetycznemu przemieszczeniu próbki o wektor x,y z początkowego położenia. $C(x,y)$ wyznacza prawdopodobieństwo przemieszczenia x,y . Znalezienie maksimum tego prawdopodobieństwa pozwala na oszacowanie przemieszczenia fragmentu S i prędkości grupy cząsteczek zawartej w tym fragmencie.

4.4 Dodatkowe algorytmy

4.4.1 Redukcja głównego ruchu

W opisywanych tutaj eksperymentach ruch główny spowodowany opadaniem struktur chmurowych był dużo większy od fluktuacji prędkości. Skutkuje to bezpośrednio tym, że para fotografii wydaje się zawierać ten sam obraz tylko przesunięty. Zastosowanie Algorytmu do znajdowania lokalnych przemieszczeń wymagałoby użycia dużego rozmiaru obszaru przeszukiwania. To skutkowało by wydłużeniem czasu obliczeń i dawałoby w rezultacie więcej błędów. Tych problemów udało się uniknąć przez specjalną konstrukcję programu, który przed przystąpieniem do znajdowania lokalnych przemieszczeń eliminuje ruch średni z pary fotografii. Przesunięcie średnie pomiędzy dwiema fotografiami jest oszacowane przez zastosowanie podobnego algorytmu jak przedstawiony w par. 4.3. Po znalezieniu przemieszczenia obie fotografie są na siebie nasuwane tak, aby widoczne na nich struktury jak najlepiej się pokrywały, a „wystające” obszary na brzegach fotografii są odrzucane. Po tej operacji otrzymuje się fotografie mniejszych rozmiarów niż oryginalne. Odciecie niepokrywających się fragmentów nie pociąga za sobą utraty cennych informacji. Odcinane są obszary, które zawierają kropelki występujące tylko na jednej z dwóch fotografii, więc zupełnie nieprzydatne do poszukiwania przemieszczeń, a nawet szkodliwe, gdyż mogą być przyczyną błędów przy zastosowaniu algorytmu lokalnych przemieszczeń.

Wartość przesunięcia jest zapamiętywana i dodawana pod koniec obliczeń do uzyskanego pola prędkości. W ten sposób uzyskiwane są całkowite prędkości.

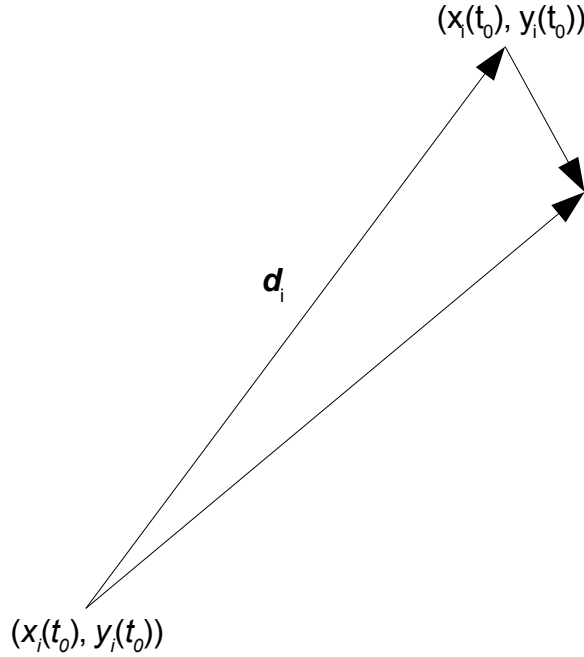
4.4.2 Iteracyjna metoda deformacyjna

Kolejnym elementem usprawniającym działanie wykorzystanego programu jest zniekształcanie obrazu zgodnie z polem przemieszczeń.

W przypadku przepływów o dużych gradientach prędkości założenie o tym że próbka fotografii nie zmienia się może być niedostatecznie spełnione. Nie dotyczy to najczęściej całej powierzchni pola prędkości, ale pewnych jego części takich jak obszary ścinania, gdzie występują duże gradienty prędkości. Dobre efekty w takich przypadkach może dać dodatkowe zniekształcanie obrazów.

W przygotowanym oprogramowaniu wykorzystującym zniekształcanie obrazów wykorzystane zostało następujące rozumowanie. Parę obrazów przepływu możemy traktować jako obraz oryginalny i obraz zniekształcony zgodnie z pewnym polem deformacji, które jest zgodne z polem prędkości rzeczywistego przepływu. Piksel z pierwszej fotografii jest zatem przesunięty na drugiej fotografii. To przemieszczenie jest zgodne z polem deformacji. Ponumerujmy piksele indeksem i . Niech wek-

tor $\mathbf{r}_i(t_0) = (x_i(t_0), y_i(t_0))$ będzie położeniem i -tego piksela na płaszczyźnie pierwszej fotografii i odpowiednio $\mathbf{r}_i(t_1) = (x_i(t_1), y_i(t_1))$ wektorem położenia tego samego piksela na drugiej fotografii. Wektor $\mathbf{d}_i = \mathbf{r}_i(t_1) - \mathbf{r}_i(t_0)$ będzie przemieszczeniem jakiego doznał dany piksel w czasie $\Delta t = t_1 - t_0$.



Rys. 4.4.2.1:

W technice PIV mierzone jest przemieszczenie pikseli. Niech pomiar $\mathbf{d}_i$ będzie oznaczony przez $\tilde{\mathbf{d}}_i = \mathbf{d}_i + \mathbf{e}_i$ gdzie $\mathbf{e}_i$ oznacza błąd oszacowania przemieszczenia. Wskutek błędu oszacowania wektor $\tilde{\mathbf{d}}_i$ nie łączy odpowiadających sobie pikseli. Iteracyjna metoda deformacyjna ma za zadanie zmniejszyć błąd, polega ona na zdeformowaniu drugiej fotografii zgodnie ze zmierzonym polem prędkości. Polega to zatem na przemieszczeniu i -tego piksela na drugiej fotografii o wektor $\tilde{\mathbf{d}}_i$, zatem:

$$\mathbf{r}'_i(t_0) = \mathbf{r}_i(t_1) - \tilde{\mathbf{d}}_i, \quad (4.4.2.1)$$

W wyniku zastosowania deformacji do wszystkich pikseli z obrazu I_1 tworzony jest obraz I_1' . Zaletą tego jest to, że odległość pomiędzy tymi samymi pikselami maleje:

$$\mathbf{r}_i(t_1) - \mathbf{r}'_i(t_0) = \mathbf{r}_i(t_1) - \mathbf{r}_i(t_0) - \tilde{\mathbf{d}}_i = \mathbf{d}_i - \mathbf{d}_i - \mathbf{e}_i = -\mathbf{e}_i. \quad (4.4.2.2)$$

Po zdeformowaniu obrazu oszacowywany jest błąd oszacowania taką samą metodą jak wstępne pole deformacji w kolejnych iteracjach. Zaletą tej metody jest to, że wraz z upodabnianiem się obu

obrazów maleją gradienty pola deformacji co pozwala na zwiększeniu dokładności całego pomiaru.

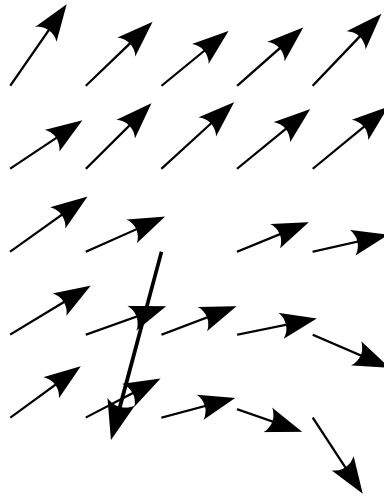
W przygotowanym oprogramowaniu zniekształcanie obrazów jest stosowane pomiędzy kolejnymi zmniejszeniami próbki. Działający algorytm wraz z zaimplementowaniem zniekształcania wygląda tak: Na początku wstępnie zostaje oszacowane pole przemieszczeń, które jest następnie traktowane jako pole deformacji. Zgodnie z nim deformowana jest pierwsza fotografia, która po tej operacji staje się bardziej podobna do drugiej fotografii. W kolejnym kroku wielkość próbki jest zmniejszana i znajdowane są poprawki do pola przemieszczeń. Po wielu takich krokach deformowana pierwsza fotografia staje się niemal identyczna jak druga, a pole przemieszczeń oszacowane jest z dużą dokładnością i wiernością szczegółów.

Algorytm ten przetestowano na parach obrazów, które składały się z oryginału i jego zdeformowanej kopii otrzymanej przez deformację oryginału zgodnie ze sztucznie wygenerowanym polem przemieszczeń. Użyte w próbach pola przemieszczeń symulowały skomplikowane pole turbulentne charakteryzujące się występowaniem wirów w różnych skalach i towarzyszących im obszarów ściśnięcia. Zadaniem programu było znalezienie pola deformacji, które posłużyło do wygenerowania takiej pary obrazów. Testy te wykazały, że średni moduł różnicy pomiędzy oryginalnym polem przemieszczeń, a polem oszacowanym przez program wynosił 0.3 piksela a maksymalnie około 1 piksela, gdzie średnie przemieszczenie wynosiło około 14 pikseli.

4.4.3 Filtr medianowy

W praktyce w pomiarach PIV typowa jest sytuacja przedstawiona schematycznie na rys. 4.4.3.1, gdzie w uzyskanym polu prędkości pojawiają się błędne wektory powodujące powstanie nieciągłości. Wspomniana wcześniej deformacja obrazu zastosowana zgodnie z takim polem prowadziła do nieciągłych deformacji i propagacji oraz dyfuzji błędów w kolejnych iteracjach. Problem ten jest znany od początku techniki PIV i aby go uniknąć stosowane są filtry [11],[12]. W niniejszej pracy użyty został filtr koherencyjny.

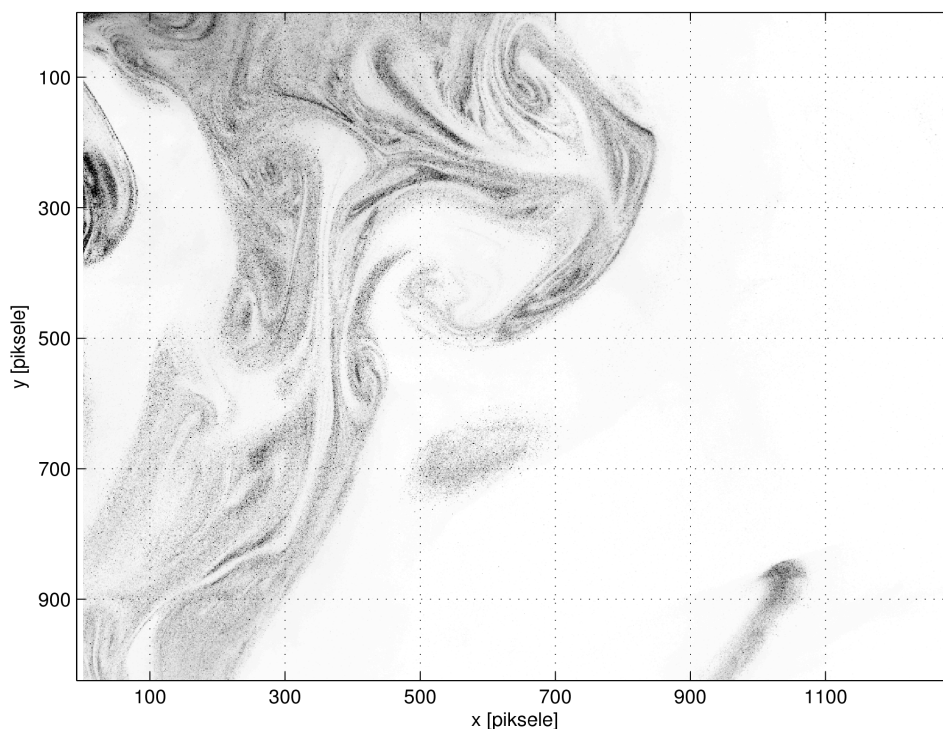
Zasada działania tego filtru jest następująca:



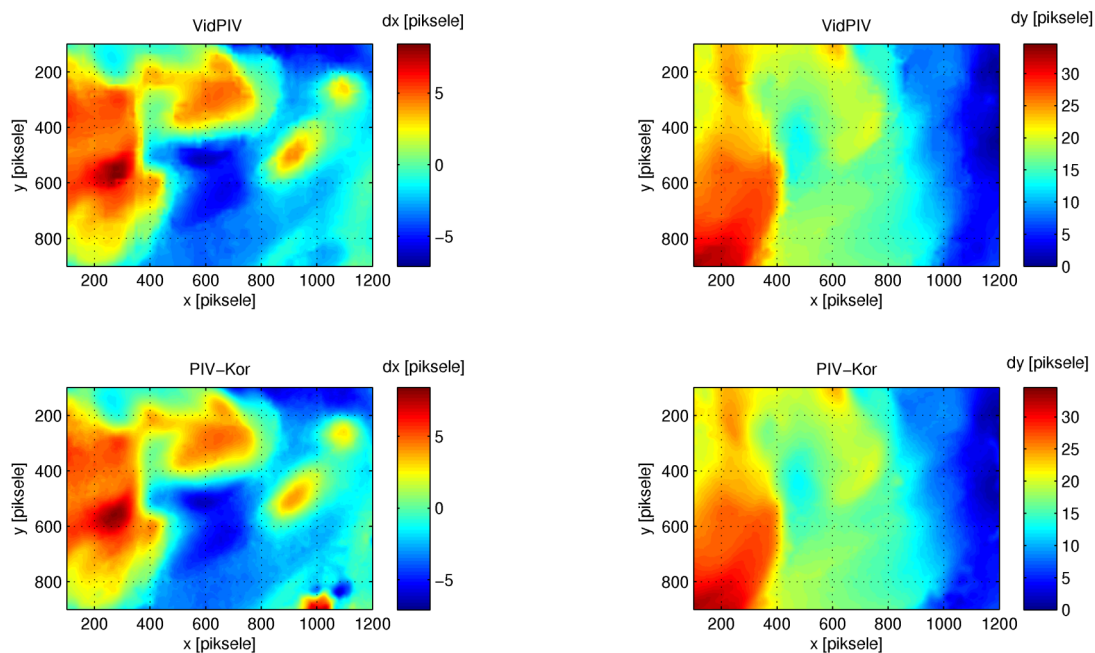
Rys. 4.4.3.1: Fragment zmierzonego pola prędkości z jednym błędnym wektorem.

4.5 Dyskusja wiarygodności techniki PIV

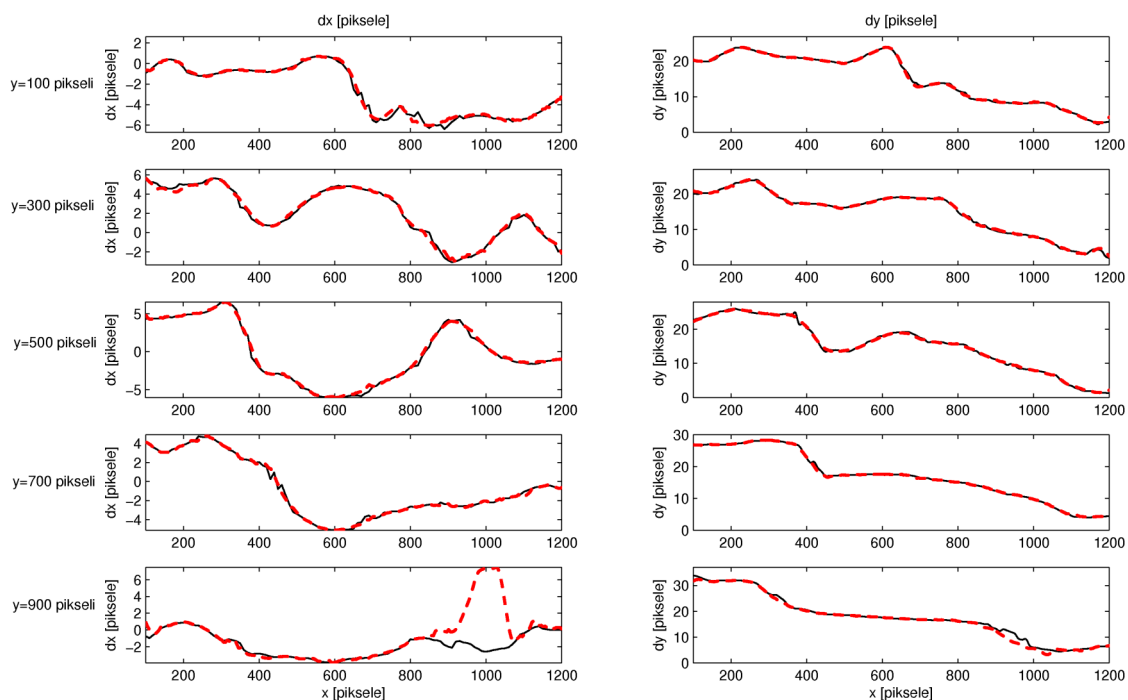
Opisany powyżej algorytm stosowany do pomiarów PIV w niniejszych badaniach opiera się na metodach statystycznych, które pozwalają na oszacowanie prawdopodobieństwa przemieszczeń fragmentów obrazów. Zastosowano w nim również kilka „trików” jak deformacje obrazów, zmniejszanie fragmentów w kolejnych iteracjach, filtrowanie. Zachodzi więc pytanie na ile zastosowane algorytmy pozwalają na zwiększenie dokładności pomiaru, a na ile same przyczyniają się do powstania artefaktów? Na ile można uzyskane wyniki traktować jako przemieszczenia fragmentów obrazu? Może zachodzić podejrzenie, że różne algorytmy PIV mogą dawać zupełnie inne wyniki. W tej części pracy porównano wyniki działania napisanego na potrzeby niniejszej pracy programu PIV-kor i komercyjnego oprogramowania VidPIV firmy ILA gmbh. Do porównania użyto pary fotografii z komory chmurowej. Wybrana fotografia charakteryzuje się dużą niejednorodnością w rozkładzie przestrzennym kropelek (patrz rys 4.5.1)



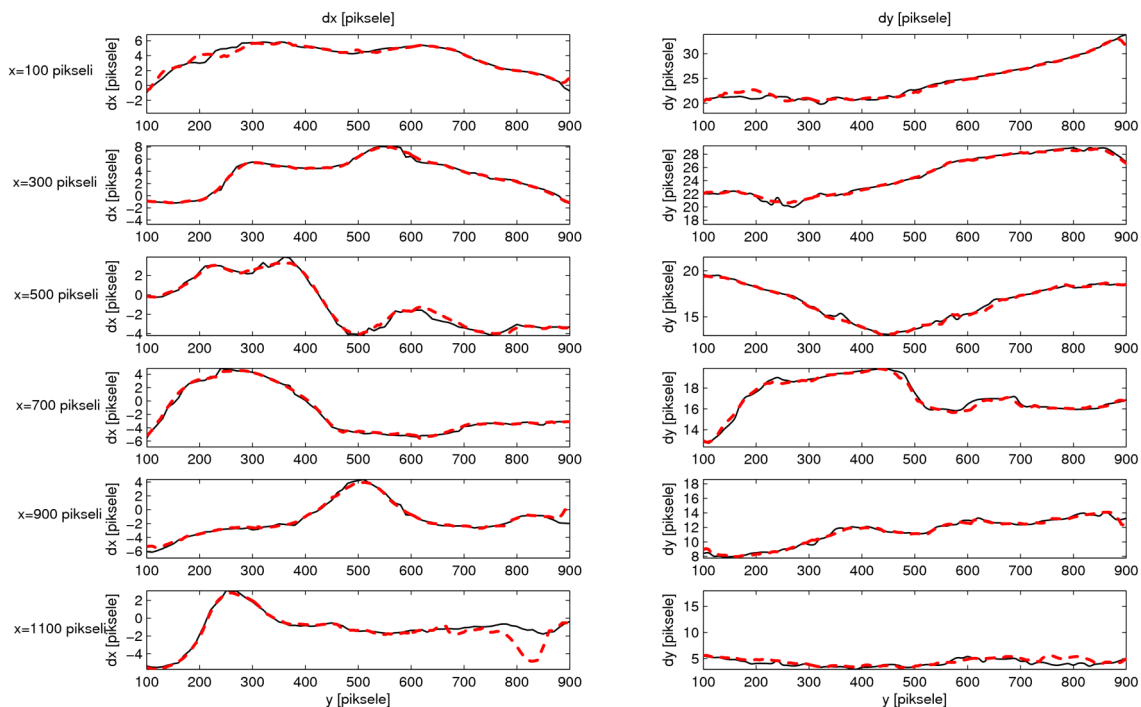
Rys. 4.5.1: Pierwsza fotografia z pary użytej do porównania oprogramowania PIV. Ciemne obszary odpowiadają dużej koncentracji kropelek. Jasne obszary odpowiadają obszarom o małej koncentracji. Nawet obszary widoczne jako zupełnie białe zawierają obrazy kropelek, które są wykrywane przez oba programy, dzięki czemu pole prędkości mogło być oszacowane na całej powierzchni fotografii.



Rys. 4.5.2: Porównanie pól przemieszczeń otrzymanych z obu programów. Pierwsza kolumna – składowa pozioma przemieszczenia, kolumna druga – składowa pionowa przemieszczenia. Górny rząd – wyniki dla programu VidPIV firmy ILA, dolny rząd – wyniki dla własnego oprogramowania – PIV-Kor.



Rys. 4.5.3: Porównanie profili przemieszczenia wzdłuż poziomych przekrojów przez pole prędkości. Lewa kolumna – składowa pozioma przemieszczenia, prawa kolumna – składowa pionowa przemieszczenia. Linia ciągła – VidPIV, linia przerywana – PIV-Kor.

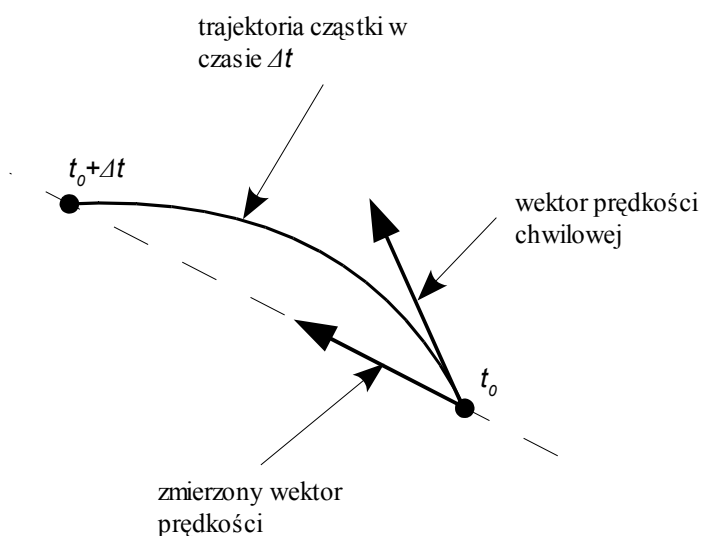


Rys. 4.5.4: Porównanie profili przemieszczenia wzdłuż pionowych przekrojów przez pole prędkości. Lewa kolumna – składowa pozioma przemieszczenia, prawa kolumna – składowa pionowa przemieszczenia. Linia ciągła – VidPIV, linia przerywana – PIV-Kor.

Z rys 4.5.2-4.5.4 wynika, że oba wyniki są dla prawie całej powierzchni fotografii z dużą dokładnością identyczne. Różnica pojawia się w niewielkim fragmencie u dołu fotografii. Nie udało się ustalić, który z programów generuje w tym fragmencie błędne wyniki. problem polega raczej na tym, że w tym obszarze pojawiają się duże fluktuacje składowej prędkości w kierunku prostopadłym do fotografii, co powoduje w skrajnych przypadkach utratę informacji o przemieszczeniach. Odpowiednie dobranie interwału czasowego pomiędzy obydwoma fotografiami pozwala na zmarginalizowanie tego efektu, ale w trójwymiarowych, silnie turbulentnych przepływach całkowite wyeliminowanie go jest raczej niemożliwe. Problem ten pojawia się jednak na niewielu fotografiach i dotyczy stosunkowo niewielkiej powierzchni objętej pomiarem.

Tak dobra zgodność w działaniu dwóch różnych i niezależnie skonstruowanych programów pozwala przypuszczać, że pomiary przemieszczeń fragmentów obrazów wykonane tą techniką są wiarygodne.

Kolejna trudność techniczna pojawia się przy przeliczaniu przemieszczeń fragmentów obrazu na rzeczywiste prędkości chwilowe elementów płynu. Prędkość jest przybliżana przez prędkość średnią w interwale pomiędzy wykonaniem obu fotografii (rys 4.5.5).



Rys. 4.5.5: Ilustracja wpływu krzywizny trajektorii cząsteczki znacznika na pomiar prędkości.

Para fotografii utrwała położenie cząsteczek znacznika w dwóch chwilach czasu. Informacja o rzeczywistej trajektorii jest niestety tracona. Prędkość jest oszacowana na podstawie wektora łączącego obie pozycje cząsteczki. Jak pokazuje powyższy rysunek, w przypadku, gdy cząsteczka porusza się po zakrzywionej trajektorii prowadzi to do błędu w pomiarze kierunku (rzeczywista prędkość chwilowa jest styczna do trajektorii) i wartości absolutnej prędkości (zakrzywiona trajektoria jest dłuższa od odcinka łączącego dwa punkty). W przepływach, w których problem ten jest istotny,

stosowane są również algorytmy, które na podstawie analizy PIV kilku fotografii dopasowują krzywą do kilku punktów trajektorii. W ten sposób możliwe jest uwzględnienie efektu krzywizny trajektorii, jednak większość współczesnych, komercyjnych systemów PIV pozwala na rejestrację par fotografii z ustalonym odstępem czasowym, a czas pomiędzy kolejnymi parami jest zazwyczaj dużo większy. Specjalnie do tego celu konstruowane kamery przy odpowiedniej synchronizacji z laserem pozwalają na zarejestrowanie pary fotografii z odstępem rzędu nanosekund. Ta specyficzna konstrukcja powoduje, że następna para może być rejestrowana po upływie o wiele dłuższego czasu i nie pozwala na rejestrowanie sekwencji pozwalających na odtworzenie trajektorii. Jediną możliwością zmniejszenia wpływu krzywizny na błąd pomiaru jest odpowiednie dobranie interwału czasowego pomiędzy fotografiami.

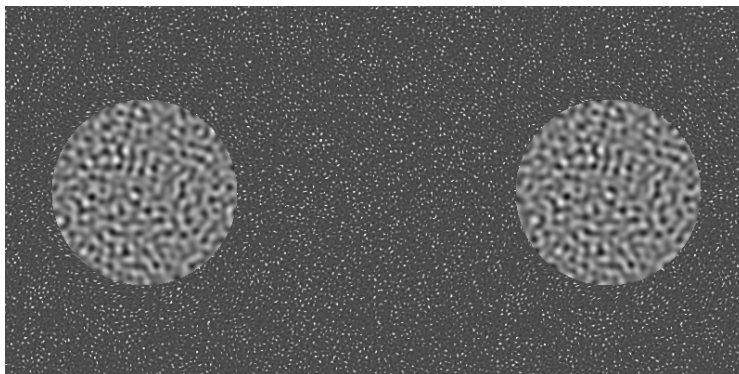
Jak to zostało opisane wcześniej program PIV-Kor nie mierzy przemieszczeń pojedynczych cząsteczek znacznika, a przemieszczenie grupy cząsteczek znajdujących się na niewielkim fragmencie obrazu. Pomiar ruchu pojedynczych kropelek nie był możliwy, ze względu na bardzo nierównomierny rozkład przestrzenny kropelek i występowanie obszarów, w których było ich za dużo na to, żeby odseparować obrazy pojedynczych kropelek. Zmierzona prędkość w danym punkcie jest więc uśrednioną prędkością grupy kropelek znajdujących się w otoczeniu tego punktu. Aby zmniejszyć efekt średniej, otoczenie punktu, czyli wielkość fragmentu próbki obrazu, dla którego szukane jest przemieszczenie jest zmniejszana w kolejnych iteracjach działania programu. W połączeniu z deformacją obrazu pozwala na dokładniejsze wyznaczenie przemieszczeń, jednak pozostaje pytanie na ile taki algorytm ma wpływ na pomiar.

Aby zbadać wpływ krzywizny trajektorii i efektu uśredniania prędkości, program PIV-Kor został przetestowany na sztucznej parze fotografii. Dla znanego przepływu wytworzono sztucznie dwa obrazy zawierające cząsteczki znacznika przesunięte zgodnie z przepływem. Dzięki temu możliwe jest zastosowanie programu PIV do takiej pary a następnie porównanie zmierzonego pola prędkości z chwilowym polem prędkości znanego przepływu. Porównanie takie pozwoli sprawdzić jak niedoskonałości zastosowanej techniki PIV wpływają na dokładność pomiaru.

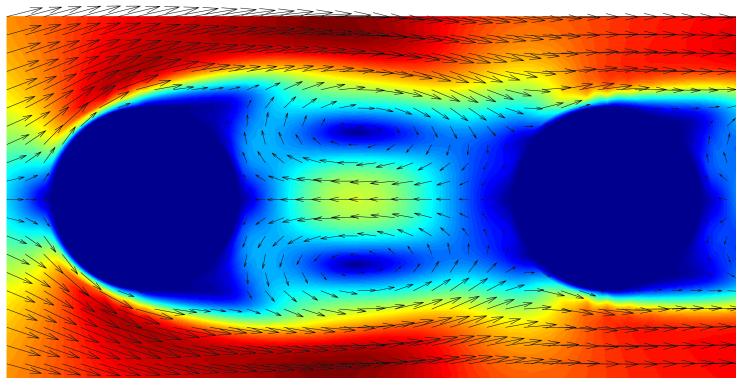
W pomiarach użyto przepływu wokół dwóch walców (rys. 4.5.6 i 4.5.7). Średnie przesunięcie dla oryginalnego pola wynosiło w tym przypadku 7,6 piksela. Obliczono różnice pomiędzy wektorami pola oryginalnego a wektorami uzyskanymi z pomiarów. Średni moduł tej różnicy uzyskanu przez uśrednianie po całej powierzchni pomiaru wynosił około 0,3 piksela przy maksymalnej różnicy około 0,8 piksela.

Powyższa dyskusja pokazuje, że pomimo znanych niedoskonałości, odpowiednio stosowana technika PIV wraz z napisanym na potrzeby niniejszej pracy oprogramowaniem PIV-kor, umożliwia

uzyskanie wiarygodnych pomiarów pola prędkości kropelek chmurowych w warunkach prezentowanego tutaj eksperymentu.



Rys. 4.5.6: Pierwszy z pary obrazów użytych do testowania programu PIV-Kor.



Rys. 4.5.7: Testowe pole prędkości.

4.6 Stereo PIV

Głównym ograniczeniem metody 2D-PIV, która została opisana wcześniej jest to, że tak naprawdę otrzymujemy rzut pola prędkości płynu w płaszczyźnie świetlnej na powierzchnię fotografii. Tracona jest przez to informacja o składowej pola prędkości prostopadłej do tej powierzchni. Technika Stereo-PIV [13] powstała, aby przezwyciężyć to ograniczenie.

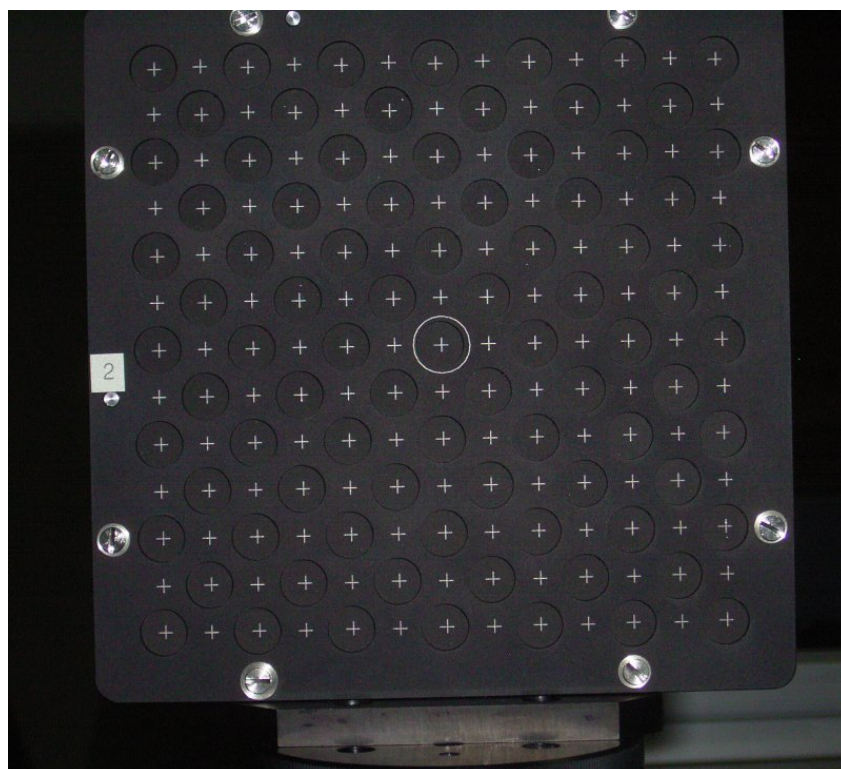
Dzięki zastosowaniu zestawu dwóch zsynchronizowanych, identycznych kamer skierowanych na badany obszar pod różnymi kątami, system stereo może „widzieć” stereoskopowo.

Rys. 4.6.1: Ogólna idea pomiaru stereo PIV. Poruszający się obiekt jest rzutowany przez układy optyczne kamer na płaszczyzny fotografii. Ponieważ kamery ustawione są pod różnymi kątami, rejestrują one różne rzuty wektora przemieszczenia. Gdy znana jest geometria układu pomiarowego, możliwe jest odtworzenie rzeczywistego wektora przemieszczenia z odpowiedniego złożenia dwóch rzutów tego wektora. Proporcje na rysunku zostały zniekształcone dla lepszego zobrazowania geometrii.

W technice Stereo PIV rejestruje się, podobnie jak w klasycznej technice, pary fotografii, przy czym każda z kamer rejestruje oddzielną parę symultanicznie. Para z każdej kamery jest przetwarzana i uzyskiwane są dwa dwuwymiarowe pola prędkości, które następnie składane są w jedno pole prędkości zawierające wszystkie trzy komponenty. Informacje o geometrii pomiaru, potrzebne do złożenia dwóch pól, pobierane są w procesie kalibracji układu, w którym wykonuje się fotografie specjalnego wzorca (rys.) umieszczanego w płaszczyźnie świetlnej. Analiza fotografii wzorca pozwala na znalezienie przekształceń z układu odniesienia fotografii do rzeczywistego układu odniesienia badanego przepływu. Ogólny schemat działania techniki Stereo-PIV przedstawiony jest na rys. .

Używany w badaniach techniką Stereo-PIV układ laboratoryjny był podobny do układu stosowanego w klasycznej metodzie. Jediną różnicą jest zastosowanie dwu kamer ustawionych pod kątem 45° względem siebie. Tak duże kąty stwarzają jednak problemy z ostrością obrazu. Konieczne jest zastosowanie tzw. adaptera Sheimpfluga umożliwiającego skrócenie osi optycznej obiektywu względem osi optycznej kamery. Przy ustawieniu odpowiedniego kąta skrócenia możliwe jest otrzymanie fotografii o dobrej ostrości w każdym punkcie fotografii. W doświadczeniach używane były adaptery Sheimpfluga firmy ILA.

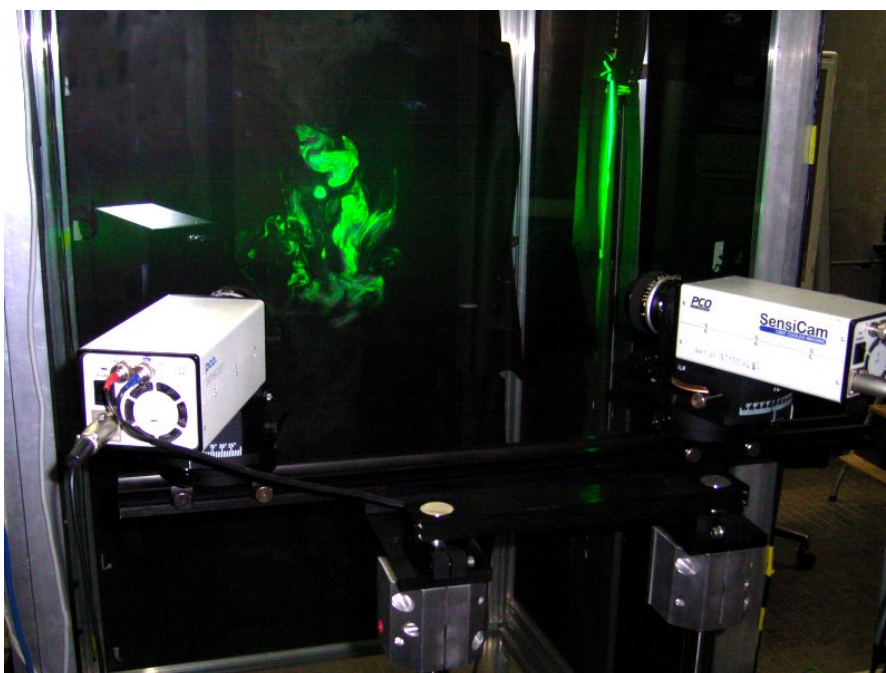
Do analizowania otrzymanych w czasie eksperymentów fotografii użyto oprogramowania Vid-PIV firmy ILA. Przykładowe pole prędkości prezentowane na rys. .



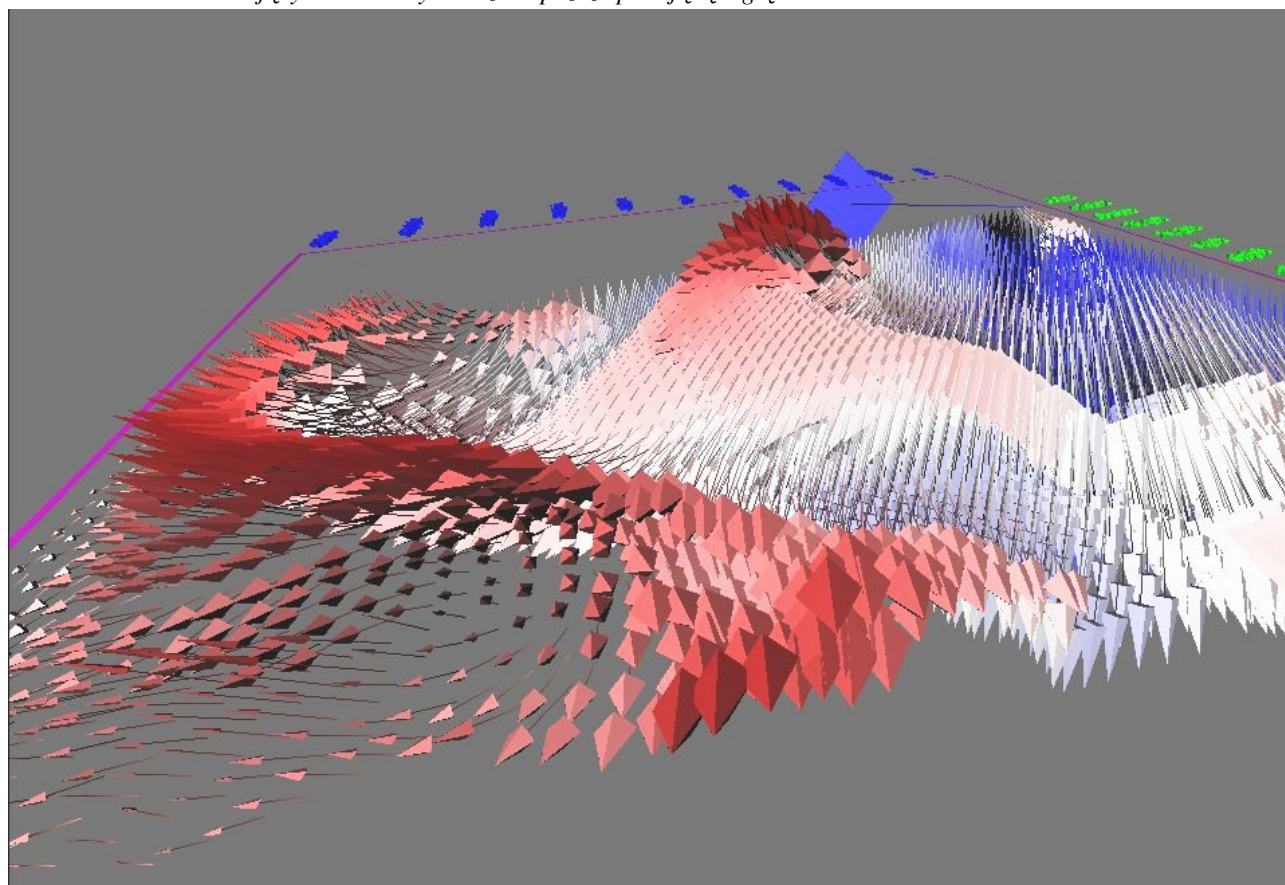
Rys. 4.6.2: Wzorzec używany do kalibracji układu stereo PIV. Widoczne są białe krzyżyki, których położenie jest wykrywane przez program kalibrujący. Dzięki temu, że markery są ułożone na regularnej siatce o znanych odstępach pomiędzy oczkami siatki, możliwe jest oszacowanie przekształcenia z układu odniesienia fotografii do współrzędnych rzeczywistych.



Rys. 4.6.3: Układ doświadczalny z systemem Stereo-PIV. Na pierwszym planie widoczny laser pulsacyjny. Wiązka laserowa jest kierowana do szczeliny w komorze przez ramię świetlne. Płaszczyzna świetlna tworzona przez zastosowanie układu optycznego z soczewką cylindryczną oświetla wnętrze komory, w której zachodzi badany proces mieszania. Przed komorą widoczne kamery w ustawieniu stereoskopowym oraz komputer sterujący systemem i archiwizujący dane.



Rys. 4.6.4: Widok kamer z adapterami Sheimpfluga w ustawieniu stereoskopowym obserwujących struktury tworzone przez opadającą mgłę.

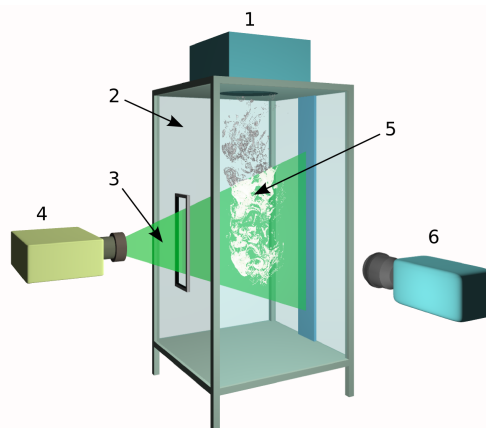


Rys. 4.6.5: Widok perspektywiczny trzech składowych wektorów prędkości, barwa od czerwonej do niebieskiej odpowiada wartości składowej prędkości prostopadłej do płaszczyzny świetlnej.

5 Opis metody badań i zastosowanych narzędzi

5.1 Opis układu eksperymentalnego

Głównym elementem układu laboratoryjnego jest komora o wymiarach 1x1x1.8m. Przednia ściana komory wykonana została ze szkła tak, żeby można było swobodnie śledzić zachodzące wewnątrz procesy. Na górze głównej komory znajduje się mniejsze pudło. Jest ono napełniane kropelkami wody produkowanymi przez ultradźwiękowy generator. Napełnianie trwa kilka minut tak żeby uzyskać maksymalną ilość kropelek wody w danej objętości powietrza. Oszacowana w eksperymencie wielkość LWC wynosi 24 g/m^3 (LWC - Liquid Water Content to stosunek masy płynnej wody zawartej w kropelkach do objętości powietrza, którą wypełniają).



Rys. 5.1.1: Układ eksperymentalny: 1 mała komora z generatorem kropelek; 2 główna komora; 3 płaszczyzna świetlna; 4 laser; 5 powietrze chmurowe mieszące się z czystym; 6 kamera.

Pomiędzy małą a główną komorą znajduje się okrągły otwór o średnicy 10 cm. Przegroda zamykająca go pozwala na ustalenie początkowych warunków eksperymentu, w których obie masy powietrza (powietrze chmurowe na górze i powietrze czyste na dole) są odseparowane. Po otwarciu przegrody powietrze chmurowe opada w dół wskutek zmiany gęstości spowodowanej przez parowanie kropelek. Dodatkowo przepływ wymuszany był przez pracujący ciągle generator kropelek.

Mieszanie turbulentne obu mas powietrza jest wizualizowane przez zastosowanie światła laserowego. W eksperymentach użyto tandemu dwóch laserów pulsacyjnych Nd:Yag (długość fali 532nm) o energii 36mJ na puls. Przy zastosowaniu układu optycznego w skład którego wchodzi soczewka cylindryczna możliwe jest uformowanie promienia świetlnego w płaszczyznę świetlną o grubości około 1mm. Płaszczyzna ta kierowana jest do wnętrza komory. Przy wyłączeniu innych źródeł światła widoczne stają się tylko te kropelki, które znajdują się w płaszczyźnie świetlnej. Tak zwizualizowane obrazy badanego procesu są rejestrowane przez aparat fotograficzny, kamerę CCD (lub dwie kamery) i archiwizowane przy użyciu komputera. Do pomiarów pól prędkości kropelek użyte zostały kamery PCO Sensi-Cam o rozdzielczości 1280x1024. Kamery te sprzężone z tandemem laserowym pozwalają na rejestrację par fotografii, w których odstęp czasowy pomiędzy poszczególnymi fotografiami w parze może być regulowany. W przypadku eksperymentu w komorze

chmurowej odstęp ten wynosił 5ms.

Aby usprawnić wykonanie eksperymentów w różnej odległości od wlotu do komory układ formujący wiązkę światła i kamerę umieszczono na ramieniu przymocowanym do pionowej prowadnicy, tak aby znajdowały się na tym samym poziomie. Układ formujący wiązkę połączony był z laserm przy użyciu ramienia świetlnego co pozwalało na swobodne zmienianie położenia płaszczyzny świetlnej bez konieczności przemieszczania lasera, przy czym płaszczyzna świetlna nie zmieniała swych właściwości. Prowadnica wyposażona w silnik krokowy sterowana była przez komputer. Dzięki temu można było przemieszczać w pionie układ rejestrujący bez zmiany położenia kamery względem płaszczyzny świetlnej.

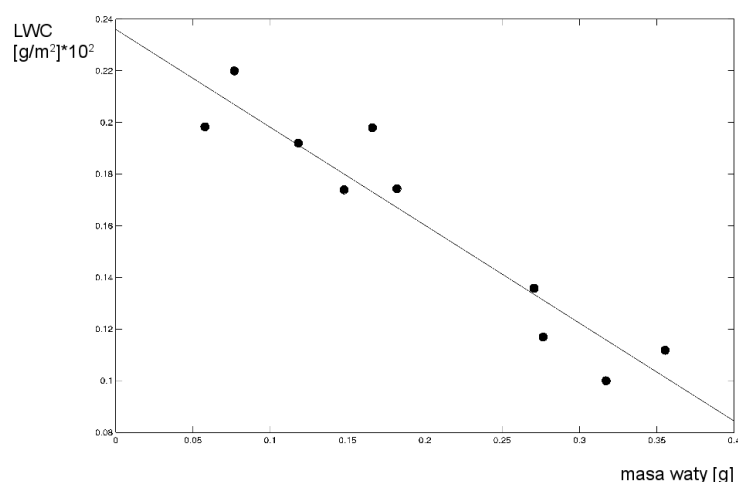
Ponadto komora została wyposażona w zestaw czujników wilgotności i temperatury sprzężonych z komputerem. Dzięki temu możliwe było monitorowanie i rejestrowanie temperatury i wilgotności wewnątrz komory.

5.2 Pomiar wodności

Aby określić jaka ilość ciekłej wody zawarta jest w powietrzu chmurowym używanym w eksperymentach wykonano pomiary wodności czyli stosunek masy wody kropelkowej do objętości powietrza w której się znajduje.

Pomiary polegały na zassaniu 10 litrów powietrza przez gumowy wąż. Na drodze zasysanego powietrza umieszczono filtr z waty na którym zbierały się kropelki wody. Obliczając przy użyciu wagi analitycznej (dokładność 0,1mg) różnicę masy suchego i mokrego filtru można było określić masę wody kropelkowej znajdującej się w 10 litrach powietrza.

Przeprowadzono szereg pomiarów, których wyniki przedstawione są na rys. 5.2.1. Masa filtru była wybierana przypadkowo, dzięki temu można było zaobserwować jak wpływa ona na pomiar.



Rys. 5.2.1: Pomiary LWC dla różnych wartości masy waty użytej w pomiarach.

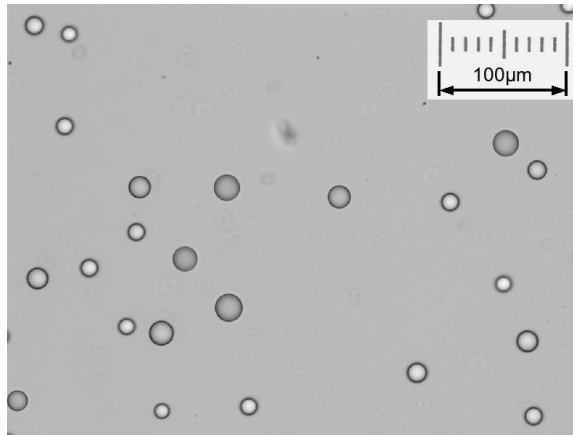
Na podstawie wykresu stwierdzono malejącą liniowo zależność masy zasysanej wody do masy filtru użytego w pomiarach. Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczono prostą, która przecina oś Y z wartością 23,6 g/m³. Zależność tę zinterpretowano jako wpływ oporu waty na wydajność zasysania. Większa masa waty osłabia ciąg powietrza i powoduje, że mniej kropelek jest zasysanych. Przecięcie osi Y można interpretować jako przypadek idealnego, bezmasowego filtru, który nie stawia żadnych oporów a jednocześnie zbiera kropelki. Dla tego wyidealizowanego przypadku pomiar powinien być najbardziej zbliżony do rzeczywistej wartości. Korzystając z tych założeń i ekstrapolując znalezioną zależność liniową możemy oszacować wartość wodności na ~24 g/m³.

5.3 Widmo kropeł

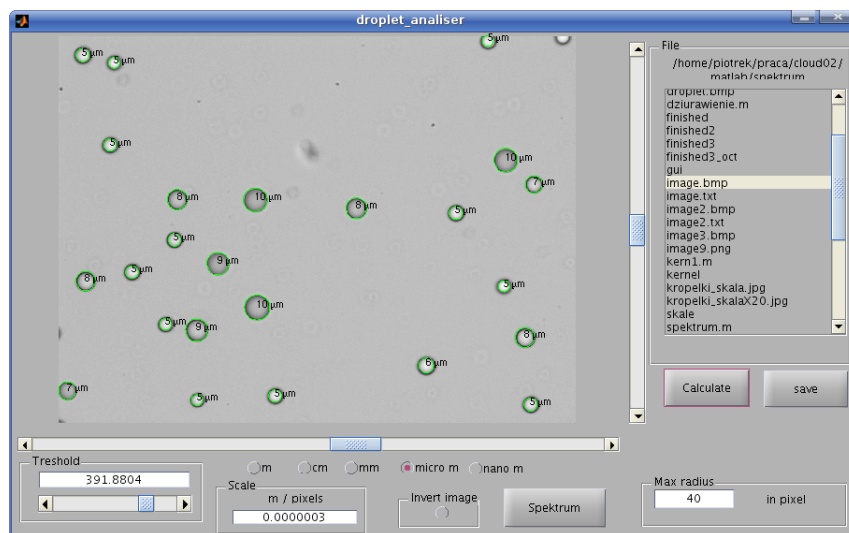
Krople wody chmurowego powietrza charakteryzowane są przez widmo kropeł, czyli rozkład ich średnic lub promieni. Dla określenia widma, kropelki łapane były na niewielką warstwę oleju rozciągniętą na szkiełku laboratoryjnym. Tak uwięzione kropelki fotografowane były w powiększeniu przy użyciu mikroskopu i kamery CCD.

Otrzymane obrazy były następnie analizowane przez własny program napisany specjalnie na potrzeby tego eksperymentu. Program wyszukiwał na fotografii ciemnych krążków, które odpowiadały obrazowi kropelek. lokalizował ich środki. Następnie tworzona była funkcja, która była zależnością promienia wodzącego (w układzie zaczepionym w centrum kropelki) od unormowanej całki po pierścieniu odpowiadającym temu promieniowi (unormowanej - tzn. wartość całki podzielona była przez powierzchnię pierścienia). Zlokalizowanie minimum tej funkcji pozwalało na oszacowanie promienia ciemnej obwódki obrazu kropelki. Program analizował automatycznie cały zbiór fotogra-

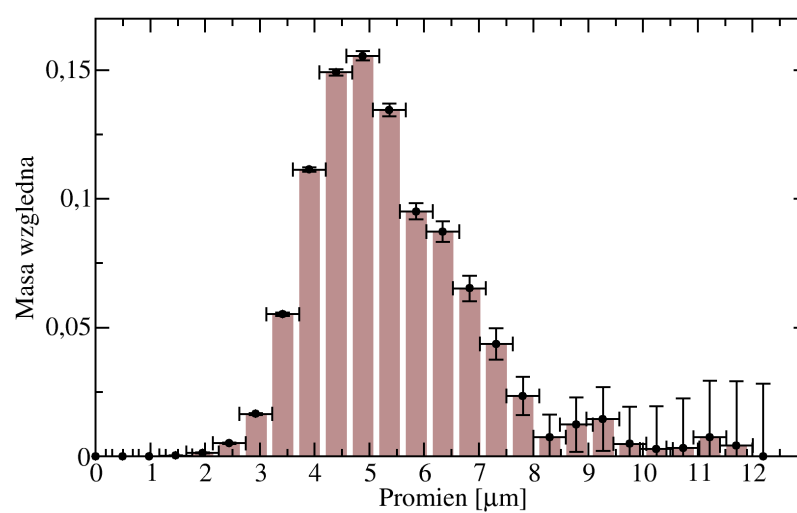
fii kropelek wykonanych w szeregu eksperymentów. Udało się tym sposobem stworzyć próbkę pomiarów o liczebności powyżej 3000.



Rys. 5.3.1: Przykład fotografii kropelek z naniesioną skalą. Obraz wykonany w techniką światła przechodzącego przy użyciu mikroskopu Nikon z obiektywem 20x.



Rys. 5.3.2: Przykład działania napisanego na potrzeby niniejszej pracy programu „droplet_analizer”. Zielonymi okręgami zaznaczone zostały znalezione kropelki.



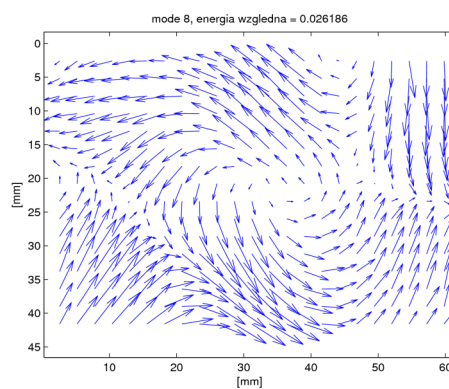
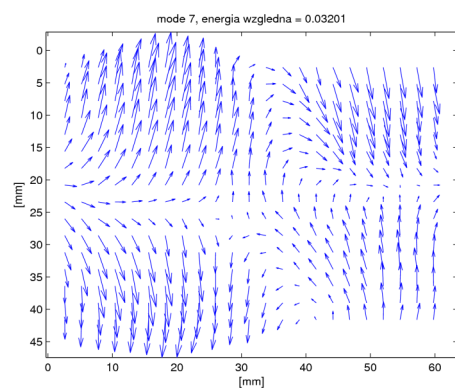
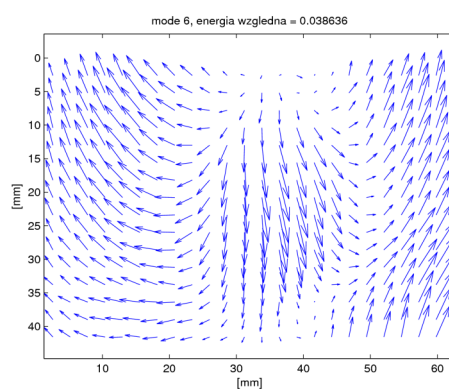
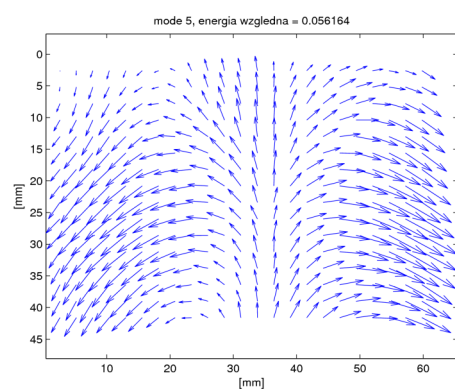
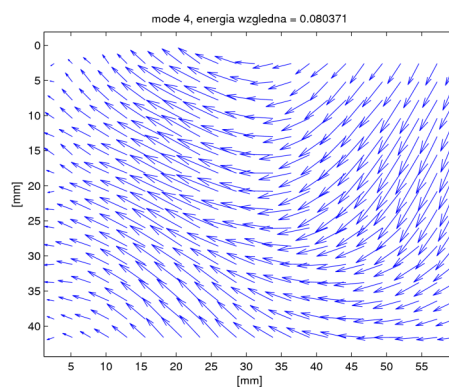
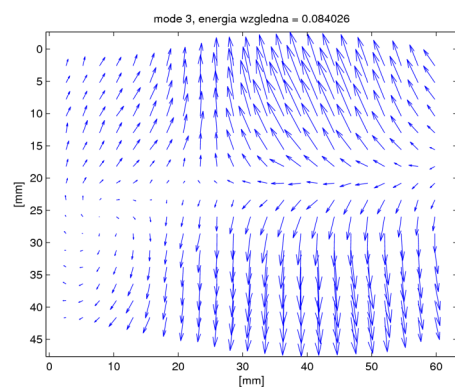
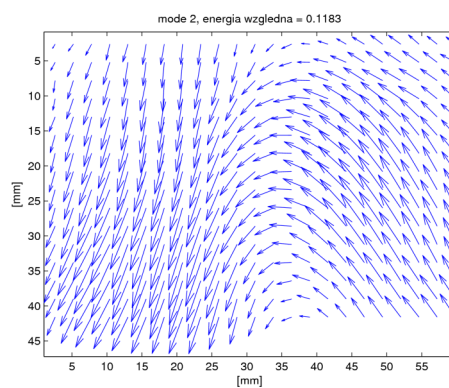
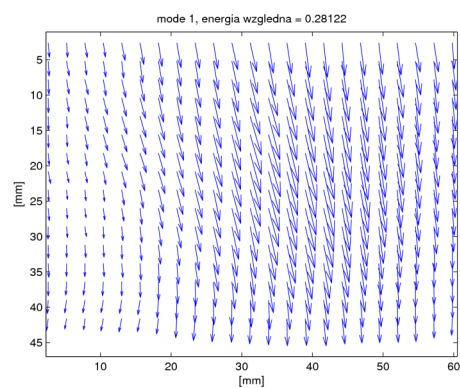
Rys. 5.3.3: Widmo promieni kropelek chmurowych używanych w doświadczeniach w komorze chmurowej

6 Wyniki pomiarów metodą PIV

6.1 *Pomiar prędkości na wlocie*

Dla określenia prędkości powietrza chmurowego na wlocie do głównej komory przeprowadzone zostały pomiary techniką PIV. Wykonano 300 pomiarów pola prędkości na wlocie komory. Wykazały one, że średnia prędkość wynosi 17 cm/s.

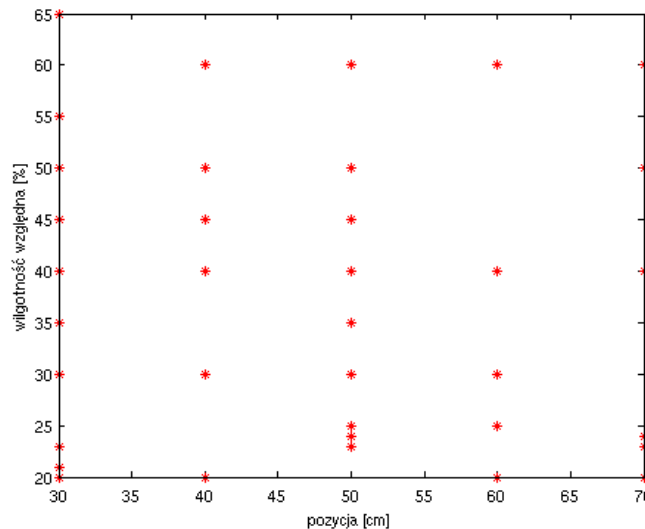
W bezpośredniej bliskości wlotu przepływ jest zdominowany przez struktury koherentne, co jest widoczne na wykresach (rys. 6.1.1) przedstawiających pierwsze osiem modów dekompozycji metodą empirycznych funkcji ortogonalnych (POD).



Rys. 6.1.1:

6.2 Pomiar właściwości przepływu wewnątrz komory

W tej części pracy zaprezentowane i omówione zostaną wyniki eksperymentalne. Pojedynczy eksperyment składał się z rejestracji 100 par fotografii (około 30s). Dane z jednego eksperymentu zawierają więc 100 niezależnych pomiarów pola prędkości przy czym jedno pole prędkości zawierało 63000 wektorów. W pracy prezentowane są dane z 50 eksperymentów przeprowadzonych dla różnych wilgotności (od 20% do 65%) i różnych odległości od górnej krawędzi komory (od 30cm do 70cm).



Rys. 6.2.1: Wartości wilgotności i odległości od górnej krawędzi komory dla poszczególnych eksperymentów.

Prezentowane wyniki są wynikiem uśredniania po zespole danych z całego eksperymentu czyli po 100 niezależnych polach prędkości.

Kolejne składowe pola prędkości będą oznaczane literami:

u – horyzontalna składowa wektora prędkości leżąca w płaszczyźnie świetlnej,

v - horyzontalna składowa wektora prędkości leżąca prostopadła do płaszczyzny świetlnej,

w - wertykalna składowa wektora prędkości.

Dla danego pola prędkości liczone były pola fluktuacji prędkości ze wzoru:

$$u_i' = u_i - \langle u_i \rangle. \quad (6.2.1)$$

Operacja uśredniania $\langle \rangle$ oznacza tutaj uśrednianie po danym polu prędkości.

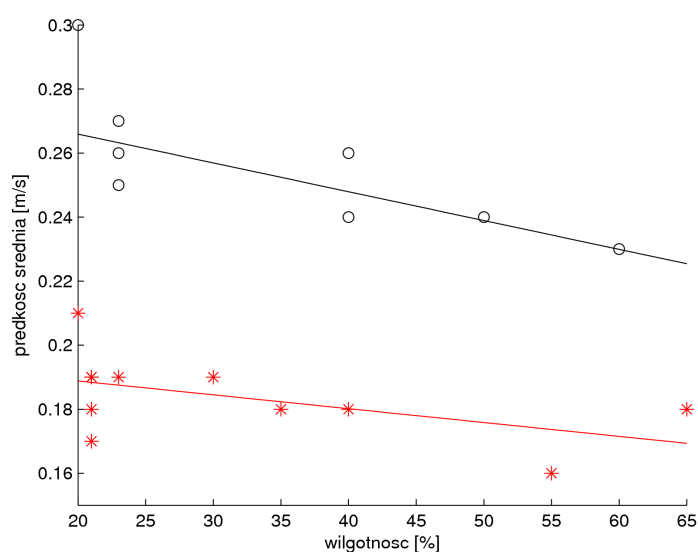
Ponieważ metoda 2D PIV, która była stosowana w omawianych tutaj eksperymentach umożliwia pomiar tylko tych składowych pola prędkości, które leżą w płaszczyźnie fotografii, pola prędkości

otrzymane w czasie tych badań nie zawierają żadnej informacji o składowej v .

6.2.1 Średnia prędkość opadania

Oszacowano średnią prędkość opadania przez uśrednienie pionowej składowej wektora prędkości po zespole wszystkich pól prędkości uzyskanych w czasie każdego eksperymentu.

Otrzymane wyniki wykazują spadek prędkości opadania wraz ze wzrostem wilgotności. Przy mniejszych wilgotnościach kropelki parują intensywniej, co sprzyja większemu ochłodzeniu powietrza z opadającą strugą, przez co staje się ona cięższa. Jest to zgodne z wynikami rozważań nad diagramem mieszania (patrz rys. 3.2).



Rys. 6.2.1.1: Średnia prędkość opadania w funkcji wilgotności dla pozycji 30cm – gwiazdki i 70cm – kółka.

Wyniki pomiarów średniej prędkości opadania dla dwóch wysokości są pokazane na rys. 6.2.1.1. Prędkość zmienia się również wraz z wysokością przyspieszając w trakcie opadania.

6.2.2 Mikroskala Taylora

Mikroskala Taylora jest pewną skalą charakteryzującą przepływ turbulentny. Interpretuje się ją jako odległość, w której funkcja kwadratowa będąca przybliżeniem funkcji korelacyjnej pola prędkości przyjmuje wartość 0 [14]. Mikroskala Taylora niesie pewną informację o kształcie wirów w mniejszych skalach przepływu.

Na podstawie danych z eksperymentów zostały wyznaczone mikroskale Taylora dla składowej u i w pola prędkości, które wyrażają się odpowiednio wzorami:

$$\lambda_u^2 = \frac{\langle u'^2 \rangle}{\left\langle \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 \right\rangle}, \quad \lambda_w^2 = \frac{\langle w'^2 \rangle}{\left\langle \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\rangle}. \quad (6.2.2.1)$$

Wartości te w przeprowadzonych eksperymentach przybierały średnio wartości: od 4,3mm do 8,9mm dla składowej u i od 5,4mm do 12mm dla składowej w , natomiast stosunek λ_w/λ_u w poszczególnych eksperymentach przybierał wartości od 1,2 do 1,5, co oznacza, że we wszystkich przypadkach mikroskala Taylora dla składowej pionowej była większa od mikroskali Taylora dla składowej poziomej.

Korzystając z następującego wzoru obliczona została występująca w eksperymentach liczba Reynoldsa dla mikroskali Taylora:

$$Re_\lambda = \frac{TKE}{\nu} \left(\frac{10}{3\Omega} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (6.2.2.2)$$

Typowa wartość turbulentnej liczby Reynoldsa występująca w eksperymentach wynosi 40. Warto zwrócić uwagę, że liczba Reynoldsa zdefiniowana w oparciu o skalę głównego przepływu i jego prędkość średnią jest rzędu 10^4 .

6.2.3 Współczynnik dyssypacji lepkiej i skala Kolmogorowa

Współczynnik dyssypacji lepkiej wyrażający się wzorem:

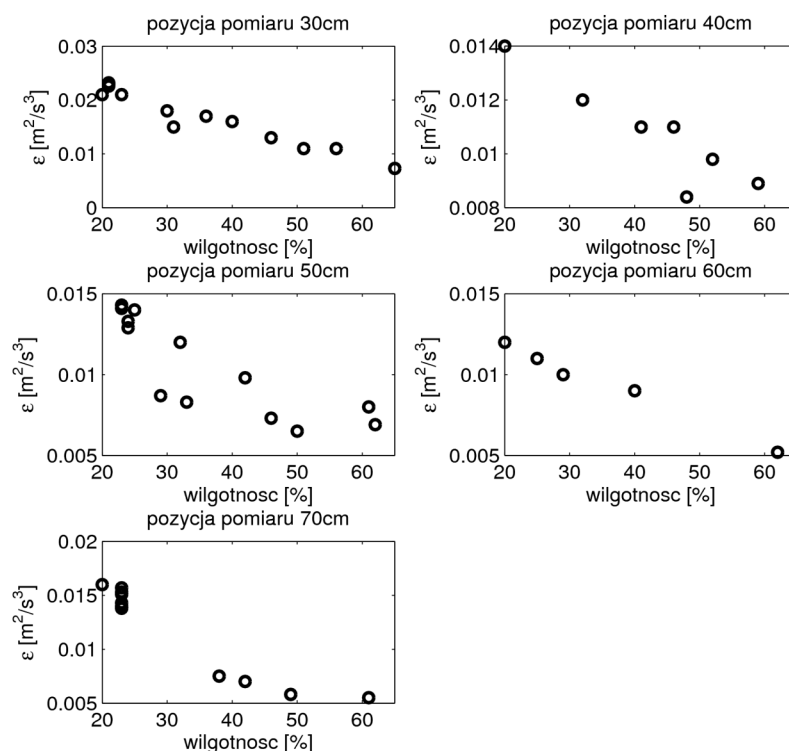
$$\varepsilon = \nu \left\langle \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2 \right\rangle, \quad (6.2.3.1)$$

został oszacowany przez dodanie kilku upraszczających założeń z następującego wyrażenia:

$$\varepsilon \approx \nu \left\langle 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 4 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\rangle. \quad (6.2.3.2)$$

Zaobserwowana zależność współczynnika dyssypacji lepkiej od wilgotności przedstawiona jest na rys6.2.3.1. Zmierzone w eksperymentach wartości mieszczą się w przedziale od $5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}^3$ do $2,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}^3$. Wartości te są typowe dla chmur cumulus przy średniej konwekcji [15]. Potwierdza to poprawność założenia podobieństwa zjawisk w mikroskali obserwowanych w laboratorium do rzeczywistych przepływów atmosferycznych.

Dla wszystkich pozycji wyraźnie widoczna jest monotoniczna zależność współczynnika dyssypacji od wilgotności.



Rys. 6.2.3.1: Wyniki pomiarów współczynnika dyssypacji lepkiej dla różnych pozycji pomiaru i wilgotności.

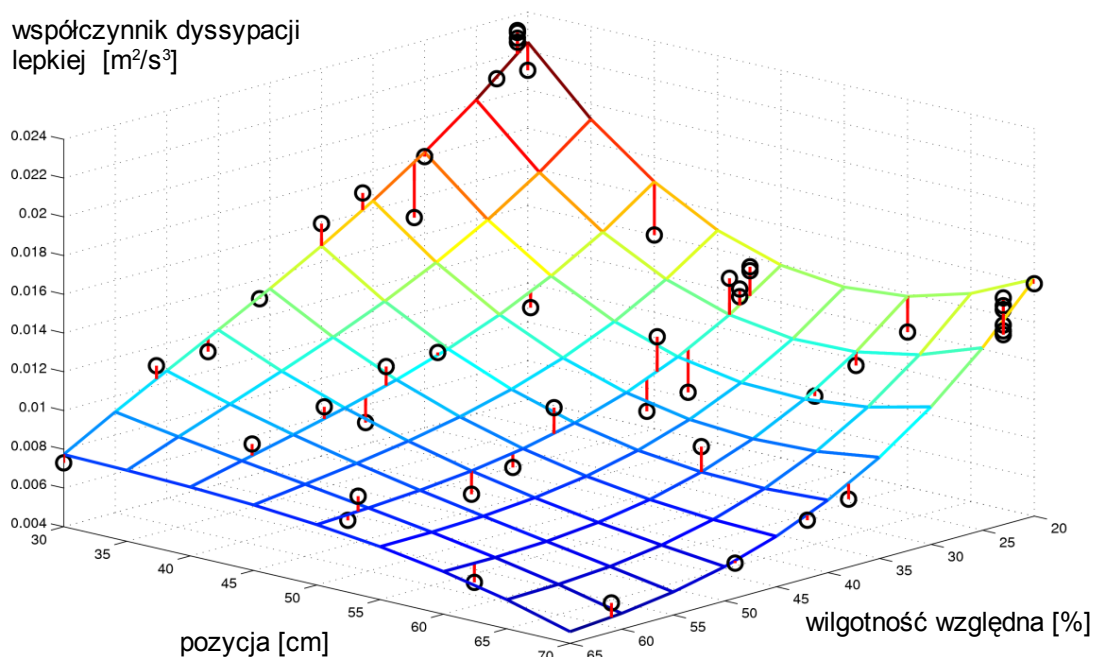
Rysunek 6.2.3.2 ilustruje zależność współczynnika dyssypacji lepkiej od pozycji pomiaru i wilgotności powietrza suchego. Aby lepiej zobrazować monotoniczność rozważanej zależności, do danych doświadczalnych dopasowano dwuwymiarowy wielomian trzeciego stopnia.

Oprócz omawianego wcześniej malejącego zachowania współczynnika dyssypacji dla ustalonej pozycji eksperymentu, rzucającą się cechą jest niemonotoniczne zachowanie dla ustalonej wilgotności. Wyraźnie widać, że dla wilgotności około 20% współczynnik dyssypacji lepkiej maleje wraz z opadaniem powietrza chmurowego po czym zaczyna rosnąć.

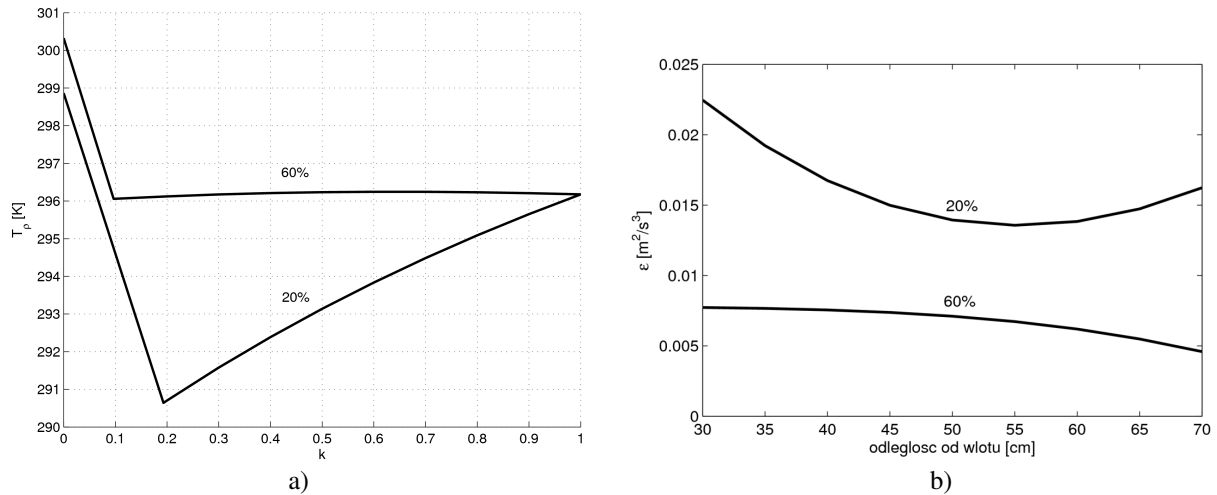
Dopasowaną powierzchnię należy traktować z dużą rezerwą ze względu na niepewności pomiaru współczynnika dyssypacji i wilgotności. Jednak dla małych wilgotności, gdzie niepewność pomiaru wilgotności jest mała eksperymenty zostały powtórzone kilkakrotnie (dla pozycji 30cm, 50cm i 70cm) dając dobrą powtarzalność wyników. Przedstawiona więc zależność współczynnika dyssypacji od pozycji pomiaru przy ustalonej wilgotności około 20% nie może być więc przypadkowa i musi wiązać się z naturą badanych procesów a nie z niedoskonałością eksperymentu.

Duży współczynnik dyssypacji dla pozycji 30cm jest spowodowany dwoma mechanizmami. Pierwszym jest mechaniczna produkcja turbulencji wskutek rozpadu struktur koherentnych tworzących się w trakcie pompowania powietrza przez okrągły otwór. Struga powietrza chmurowego, opa-

dając w dół, rozszerza się. Energia kinetyczna turbulencji dyfunduje więc w płaszczyźnie horyzontalnej. Zachodzący przez cały czas proces dyssypacji lepkiej powoduje stopniowe zanikanie turbulencji wraz z oddalaniem się od wlotu. Na ten proces nakłada się oddziaływanie fluktuacji gęstości spowodowanych parowaniem wody kropelkowej, której rozkład przestrzenny jest niejednorodny i poddawany ciągłej ewolucji wskutek oddziaływania z turbulentnym polem przepływu. Może to stanowić dodatkowe źródło energii turbulencji. Powietrze chmurowe opadając w dół miesza się z czystym powietrzem co powoduje zmianę proporcji zmieszania. Rozkład gęstości prawdopodobieństwa dla proporcji zmieszania w badanym przez nas fragmencie przepływu nie jest znany. Średnia tego rozkładu powinna być jednak malejącą funkcją pozycji pomiaru, obie masy powietrza mieszają się wraz z oddalaniem się od wlotu. Rosnący współczynnik dyssypacji dla dużych pozycji pomiaru można więc wiązać z monotonicznością diagramu mieszania dla małych wilgotności. Malejące proporcje zmieszania powietrza chmurowego powodują powstawanie większych różnic gęstości i produkcję dodatkowej porcji energii turbulencji.



Rys. 6.2.3.2: Zależność współczynnika dyssypacji lepkiej od pozycji pomiaru i wilgotności. Kółka oznaczają dane doświadczalne, a powierzchnia dopasowany metodą najmniejszych kwadratów dwuwymiarowy wielomian trzeciego stopnia. Czerwone kreski ilustrują różnicę pomiędzy wynikami pomiarów a punktami na dopasowanej powierzchni.



Rys. 6.2.3.3: a) - diagram mieszania dla wilgotności 20% i 60% ($T=25^{\circ}\text{C}$, $LWC=20\text{g/kg}$); b) – zależność współczynnika dyssypacji lepkiej od pozycji pomiaru dla wilgotności 20% i 60% uzyskana przez dopasowanie wielomianu do danych doświadczalnych.

Wraz ze wzrostem wilgotności zależność współczynnika dyssypacji lepkiej zmienia swój charakter i dla wilgotności około 60% staje się monotonicznie malejąca. Zmienia się także dynamika tej zależności i różnice pomiędzy pomiarami na różnych wysokościach nie są już tak znaczące jak to miało miejsce dla małych wilgotności. Zachowanie można wiązać z „płaskim” zachowaniem diagramu mieszania dla wilgotności zbliżonych do tej wartości. Ilustruje to rys.6.2.3.3 który przedstawia porównanie diagramów mieszania i zależności współczynnika dyssypacji lepkiej od pozycji dla wilgotności 20% i 60%. Choć nie widać bezpośredniego związku pomiędzy tymi zależnościami to jednak wyraźnie widoczne jest, że dla $RH=20\%$ duża zmienność zależności temperatury gęstościowej od proporcji mieszania odpowiada dużej zmienności współczynnika dyssypacji lepkiej w zależności od pozycji pomiaru. Dla $RH=60\%$ z diagramu mieszania wynika, że gęstość nie wykazuje zmienności w szerokim zakresie proporcji mieszania. Wynika z tego, że gęstość słabo zależy od historii mieszania. To przekłada się na współczynnik dyssypacji lepkiej, który również wykazuje słabą zależność od odległości od wlotu chmurowego powietrza.

W izotropowej turbulencji spełnione są warunki opisane następującym równaniem [14]:

$$2\left\langle\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)^2\right\rangle=\left\langle\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)^2\right\rangle, \quad \text{dla } j \neq i. \quad (6.2.3.3)$$

Równanie to można przekształcić do następującej postaci:

$$\left\langle\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)^2\right\rangle / \left\langle\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)^2\right\rangle = 2, \quad \text{dla } j \neq i. \quad (6.2.3.4)$$

Warunek ten jest jednym z często stosowanych testów na lokalną izotropię przepływu. W przy-

padku eksperymentu w komorze chmurowej typowa wartość ilorazu:

$$\left\langle \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\rangle / \left\langle \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\rangle$$

wynosi 2, natomiast wartość ilorazu:

$$\left\langle \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\rangle / \left\langle \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\rangle$$

wynosi 1,2.

Świadczy to o dużym zróżnicowaniu charakteru przepływu w zależności od kierunku nawet w małych skalach. Niewątpliwą rolę odgrywa tutaj wpływ pola grawitacyjnego i związane z tym efekty wypornościowe.

Skala Kolmogorova określa najmniejszy rozmiar wirów uczestniczących w ruchu turbulentnym i związana jest z przedziałem dyssypacji. W wirach charakteryzujących się tą skalą gradienty prędkości są na tyle duże, że istotną rolę odgrywają siły lepkościowe, które wygaszają oddziaływania inercyjne i pochłaniają energię kinetyczną z przepływu.

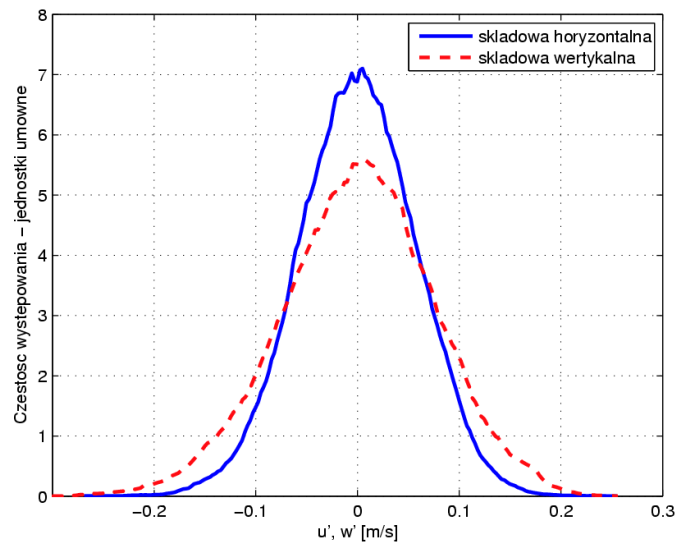
Na podstawie wyników eksperymentalnych oszacowano skalę Kolmogorowa z definicji wyrażającej się następującym wzorem.

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} . \quad (6.2.3.5)$$

Typowa wartość skali Kolmogorowa otrzymana z pomiarów wynosi $7,6 \cdot 10^{-4} \text{m}$.

6.2.4 Statystyki fluktuacji pola prędkości.

Rysunek poniżej przedstawia histogramy dla dwóch składowych pola prędkości.



Rys. 6.2.4.1: Porównanie rozkładów częstości występowania dla składowej pionowej i poziomej fluktuacji prędkości.

Dla rozkładu fluktuacji prędkości policzono następujące wielkości:

odchylenie standardowe:

$$\sigma_u = \sqrt{\langle u'^2 \rangle} \quad , \quad \sigma_w = \sqrt{\langle w'^2 \rangle}; \quad (6.2.4.1)$$

skośność:

$$S_u = \frac{\langle (u')^3 \rangle}{\sigma_u^3} \quad , \quad S_w = \frac{\langle (w')^3 \rangle}{\sigma_w^3}; \quad (6.2.4.2)$$

kurtozę:

$$K_u = \frac{\langle (u')^4 \rangle}{\sigma_u^4} \quad , \quad K_w = \frac{\langle (w')^4 \rangle}{\sigma_w^4}. \quad (6.2.4.3)$$

Typowe wartości tych wielkości otrzymane w eksperymentach zamieszczone są w tabeli:

Tabela 4. Zestawienie wielkości dla statystyk prędkości fluktuacyjnych – dane z doświadczenia w komorze chmurowej.

	Odchylenie standardowe - σ	Skośność S	Kurtoza K
Składowa pozioma	$4,6 \cdot 10^{-2}$ m/s	0,0	3,0
Składowa pionowa	$5,8 \cdot 10^{-2}$ m/s	0,0	2,8

Większa wartość odchylenia standardowego dla składowej wertykalnej związana jest z rozciąganiem struktur przepływu w kierunku pionowym, świadczy też o tym że większa część energii kinetycznej skupiona jest w wertykalnych fluktuacjach pola prędkości.

Dokładność danych nie pozwoliła stwierdzić w jaki sposób anizotropia turbulencji zależy od wilgotności i pozycji. Zmierzono stosunek wariancji dla składowej pionowej pola prędkości do składowej poziomej pola prędkości ($\langle w'^2 \rangle / \langle u'^2 \rangle$). Średnia dla wszystkich pomiarów wynosiła 1,14 przy średnim odchyleniu standardowym 0,05. Wydaje się więc, że sama anizotropia badanego przepływu nie jest powodowana efektami związanymi z parowaniem wody, ale raczej jest spowodowana geometrią pomiaru, w której wyróżnionym kierunkiem jest kierunek grawitacji.

Otrzymane wartości dla skośności i kurtozy wskazują, że rozkłady prędkości turbulentnych nie odbiegają od rozkładu normalnego, dla którego $S=0$, $K=3$.

6.2.5 Funkcje struktury i korelacje

W analizie przepływów turbulentnych istotną rolę odgrywają funkcje struktury i funkcje korelacyjne zwane korelacjami. Przestrzenne korelacje prędkości i funkcje struktury określają statystyczną współzależność składowych fluktuacji prędkości mierzonych w różnych punktach przepływu.

Funkcje struktury drugiego stopnia opisują średnie z kwadratu różnicy prędkości w dwóch punktach oddalonych o pewien wektor w zależności od długości tego wektora.

Dla danej składowej pola prędkości można zdefiniować wzdłużne i poprzeczne funkcje struktury. Wzdłużna – gdy wektor separujący jest równoległy do danej składowej pola prędkości, poprzeczna – gdy jest prostopadły.

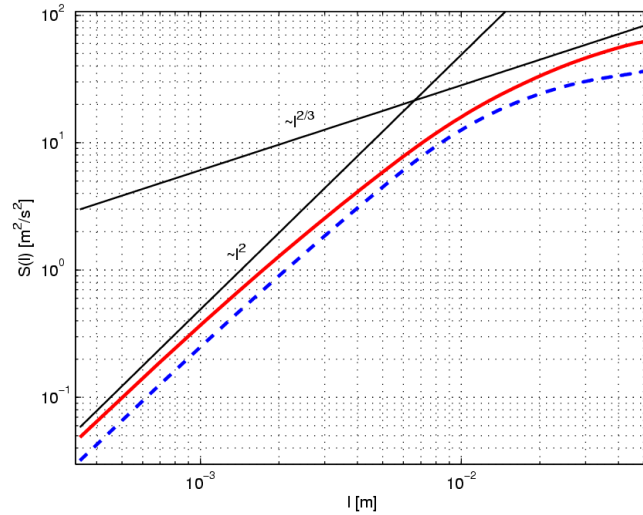
Dla otrzymanych pól prędkości policzone zostały następujące funkcje struktury:

- Podłużne funkcje struktury drugiego stopnia:

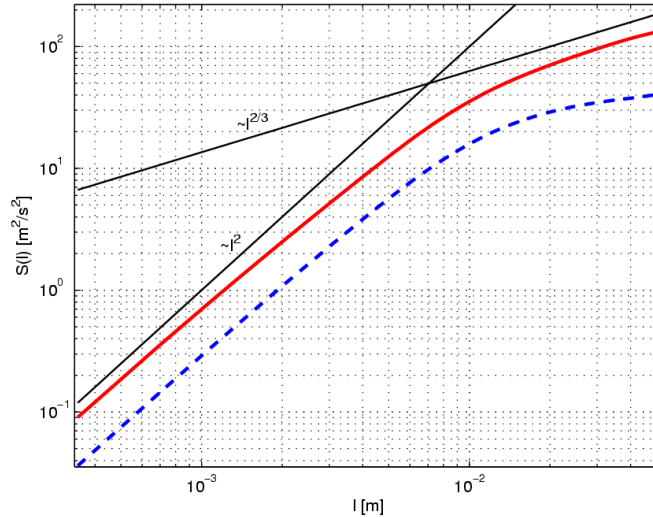
$$\begin{aligned} S_u^{\parallel}(l) &= \langle [u(x+l, z) - u(x, z)]^2 \rangle, \\ S_w^{\parallel}(l) &= \langle [w(x, z+l) - w(x, z)]^2 \rangle. \end{aligned} \quad (6.2.5.1)$$

- Poprzeczne funkcje struktury drugiego stopnia:

$$\begin{aligned} S_u^{\perp}(l) &= \langle [u(x, z+l) - u(x, z)]^2 \rangle, \\ S_w^{\perp}(l) &= \langle [w(x+l, z) - w(x, z)]^2 \rangle. \end{aligned} \quad (6.2.5.2)$$

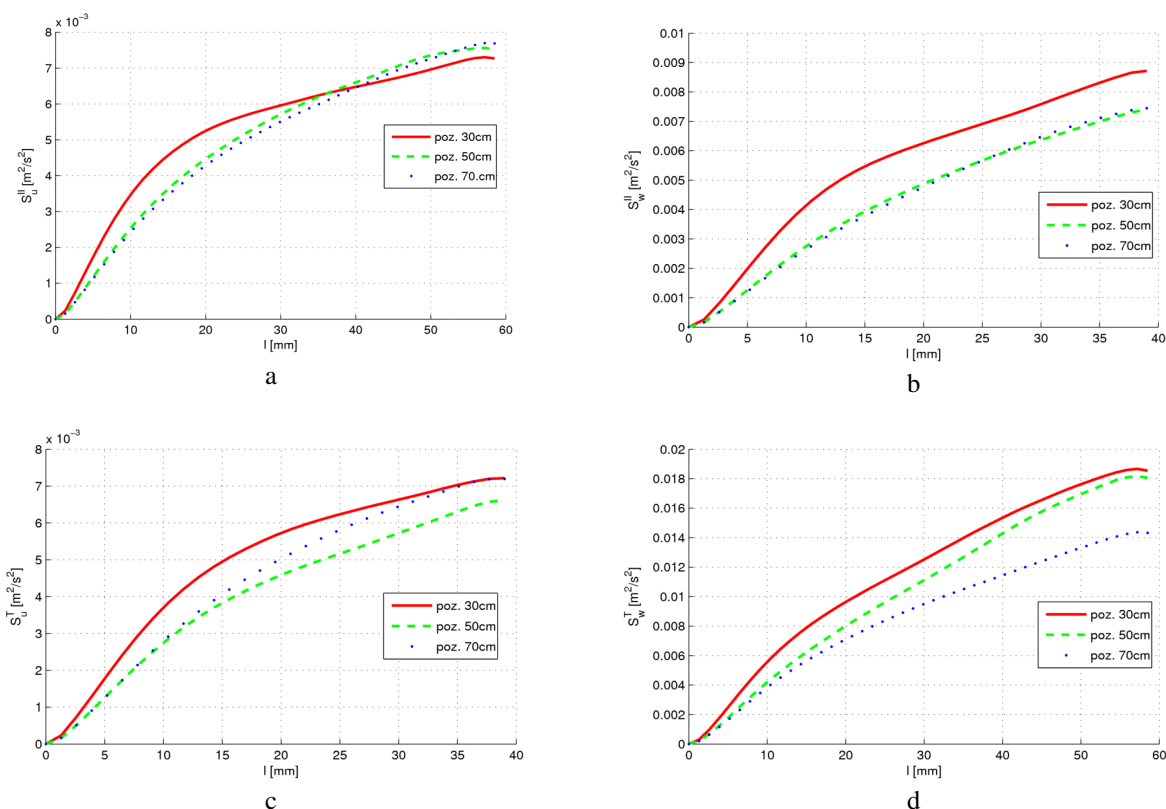


Rys. 6.2.5.1: Logarytmiczne wykresy, poprzecznych funkcji struktury z jednej z serii pomiarowych. Niebieska przerywana linia – składowa horyzontalna prędkości, czerwona ciągła – składowa wertykalna.



Rys. 6.2.5.2: Logarytmiczne wykresy, poprzecznych funkcji struktury z jednej z serii pomiarowych. Niebieska przerywana linia – składowa horyzontalna prędkości, czerwona ciągła – składowa wertykalna.

Na rys. 6.2.5.1 i 6.2.5.2 można zauważyć, że funkcje struktury zachowują się jak l^2 dla małych l w okolicach skali Kolmogorowa. Jest to zachowanie typowe dla skal przedziału dyssypacyjnego [16]. Dla $l > 10^{-2} \text{ m}$ funkcja struktury zmierza do $l^{2/3}$ co jest zarazem typowe dla obszaru inercyjnego [9]. Widoczna jest anizotropia objawiająca się różnicami w przebiegu funkcji struktury dla poszczególnych składowych pola prędkości. Szczególnie jest to wyraźne dla poprzecznych funkcji struktury.

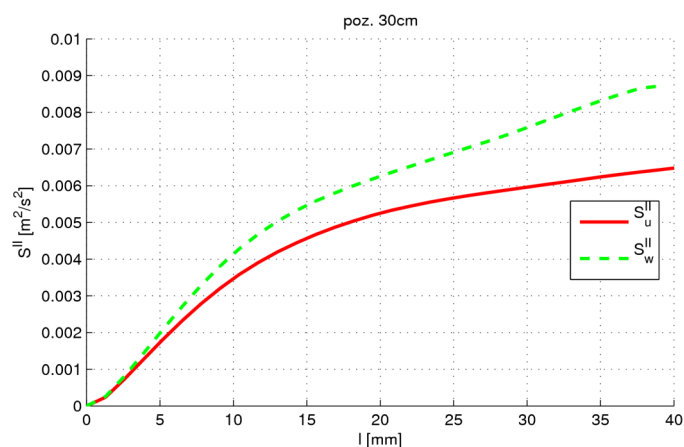


Rys. 6.2.5.3: Porównanie funkcji struktury na różnych wysokościach: a) podłużne funkcje struktury dla składowej horyzontalnej prędkości, b) podłużne funkcje struktury dla składowej wertykalnej prędkości, c) poprzeczne funkcje struktury dla składowej horyzontalnej prędkości, d) poprzeczne funkcje struktury dla składowej wertykalnej prędkości. Pomiary wykonane dla małych wilgotności (20%-23%).

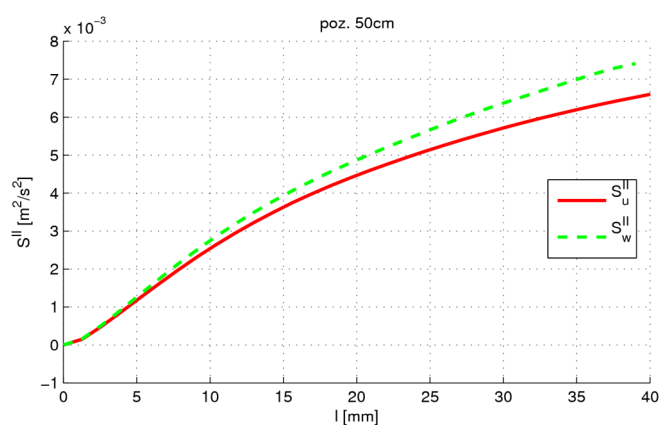
Rys. 6.2.5.3 przedstawia funkcje struktury otrzymane z pomiarów przy małych wilgotnościach. Porównane zostały funkcje struktury na różnych wysokościach. (30cm, 50cm i 70cm od wylotu). Widoczne są istotne różnice, które świadczą o tym, że zmieniają się właściwości przestrzenne przepływu. Największe wartości przyjmuje funkcja struktury dla pozycji 30cm co świadczy o tym, że w tym obszarze pole prędkości charakteryzuje się największą zmiennością przestrzenną i wirami o dużej energii co przekłada się na duże wartości współczynnika dyssypacji lepkiej. Porównanie podłużnych funkcji struktury dla składowej wertykalnej wskazuje na znacznie większe wartości dla pozycji 30cm od pozostałych pozycji pomiarowych. Jest to związane z występowaniem silnych gradientów pionowych wskutek dużych przyspieszeń, które występują w tym rejonie przepływu.

Poprzeczne funkcje struktury są związane z gradientami pola prędkości, które występują na przekroju przez wir. Dają one zatem informację o przestrzennych własnościach wirów. Rys.6.2.5.3 c) i d) przedstawiają poprzeczne funkcje struktury odpowiednio dla składowej horyzontalnej i wertykalnej. Na rys. c) funkcja dla pozycji 70cm przyjmuje większe wartości niż dla pozycji 50cm. Natomiast na rys d) funkcja dla pozycji 50cm przyjmuje większe wartości. Możliwą interpretacją tego

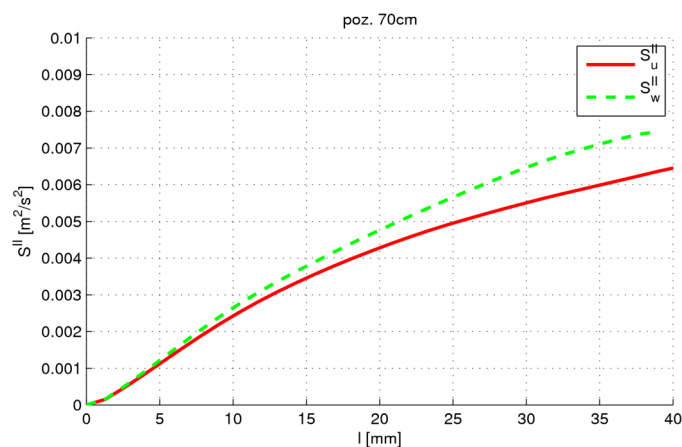
faktu jest to, że w różnych etapach przepływu struktury wirowe podlegają deformacjom, które polegają na rozciąganiu bądź zgniataniu wirów wzdłuż kierunku pionowego. Można więc wnioskować, że struktury wirowe są w pozycji 50cm rozciągane, natomiast w pozycji 70cm raczej zgniatane wzdłuż kierunku pionowego.



a



b



c

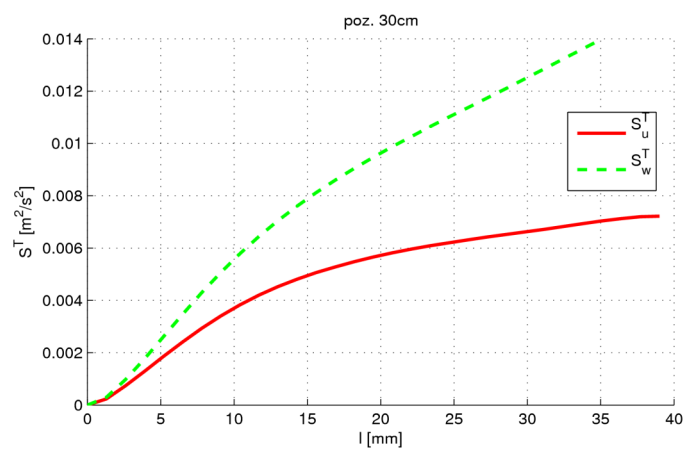
Rys. 6.2.5.4: Porównanie podłużnych funkcji struktury dla składowej horyzontalnej i wertykalnej pola prędkości: a) – pozycja 30cm, b) – pozycja 50cm, c) – pozycja 70cm.

Rys. 6.2.5.4 Przedstawia porównanie podłużnych funkcji struktury dla składowej horyzontalnej i wertykalnej. Dla wszystkich pozycji pomiarowych widoczne jest, że w całym zakresie skal większe wartości przyjmują funkcje dla składowej pionowej prędkości, co najwyraźniej widoczne jest na przykładzie pomiarów dla pozycji 30cm. Świadczy to o występowaniu dużych gradientów prędko-

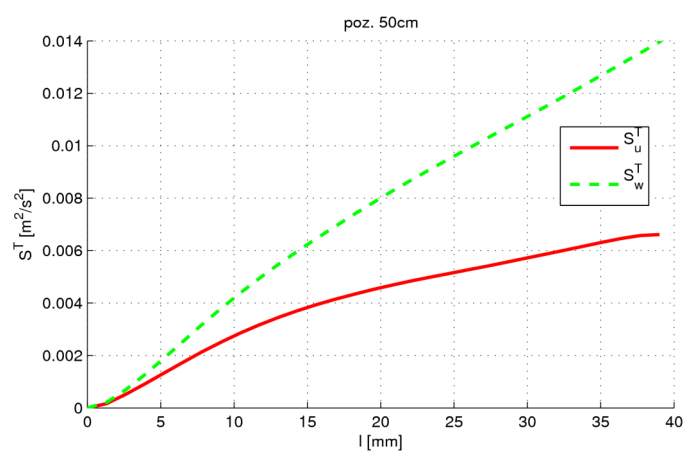
ści pionowej wzdłuż kierunku przepływu średniego. Są one związane głównie z geometrią przepływu – ruchem średnim wzdłuż kierunku grawitacji, fluktuacjami siły wyporu.

Analogicznie rys. 6.2.5.5 przedstawia porównanie poprzecznych funkcji struktury dla obu składowych. Widoczna jest jeszcze większa anizotropia niż to miało miejsce dla wzdłużnych funkcji struktury. Świadczy to o występowaniu w przepływie dużych różnic składowej pionowej prędkości wzdłuż kierunku poziomego. Można to wyjaśnić przez rozciąganie struktur wirowych w kierunku pionowym spowodowane przez grawitację i siły wyporu. Interesujące jest, że efekt ten występuje w całym zakresie skal.

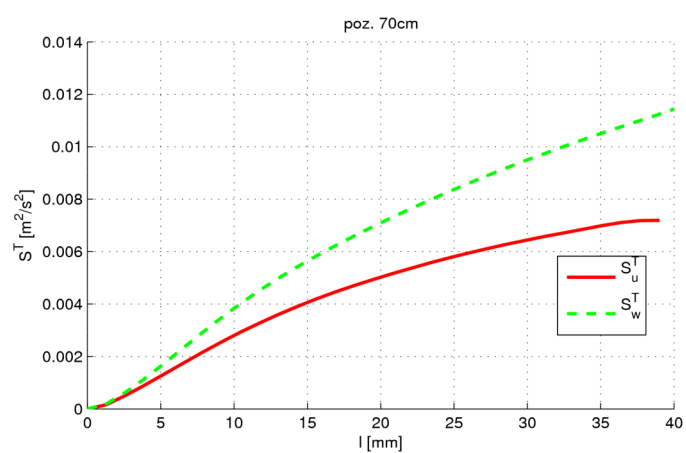
Zaobserwowano również zmianę funkcji struktury wraz z wilgotnością. We wszystkich przypadkach dla większych wilgotności funkcje przyjmują mniejsze wartości (patrz rys. 6.2.5.6). Świadczy to więc o tym, że rosnąca wilgotność tłumi zmienność przestrzenną pola prędkości.



a

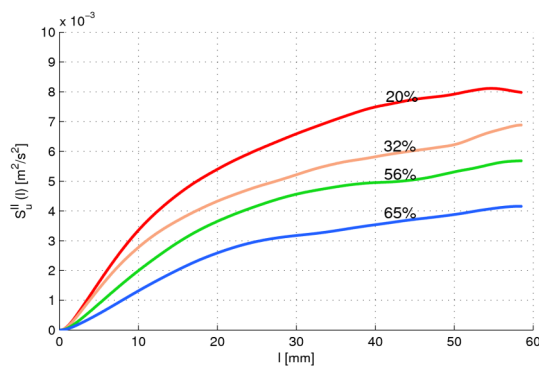


b



c

Rys. 6.2.5.5: Porównanie poprzecznych funkcji struktury dla składowej horyzontalnej i wertykalnej pola prędkości: a) – pozycja 30cm, b) – pozycja 50cm, c) – pozycja 70cm.



Rys. 6.2.5.6: Porównanie podłużnych funkcji struktury dla różnych hwilgotności (pozycja 30cm).

Funkcja autokorelacyjna opisuje średnią z iloczynu prędkości w dwóch punktach oddalonych o pewien wektor w zależności od długości wektora separującego oba punkty (średnia liczona jest dla wszystkich par punktów oddalonych o dany wektor). Analogicznie do funkcji struktury, dla danej składowej pola prędkości można zdefiniować wzdłużne i poprzeczne funkcje korelacji. Wzdłużna – gdy wektor separujący jest równoległy do danej składowej pola prędkości, poprzeczna – gdy jest prostopadły.

Dla długości l wektora separacji korelację wzdłużną można zdefiniować w następujący sposób:

$$\begin{aligned} R_u''(l) &= \langle u'(x+l, z) \cdot u'(x, z) \rangle, \\ R_w''(l) &= \langle w'(x, z+z) \cdot w'(x, z) \rangle. \end{aligned} \quad (6.2.5.3)$$

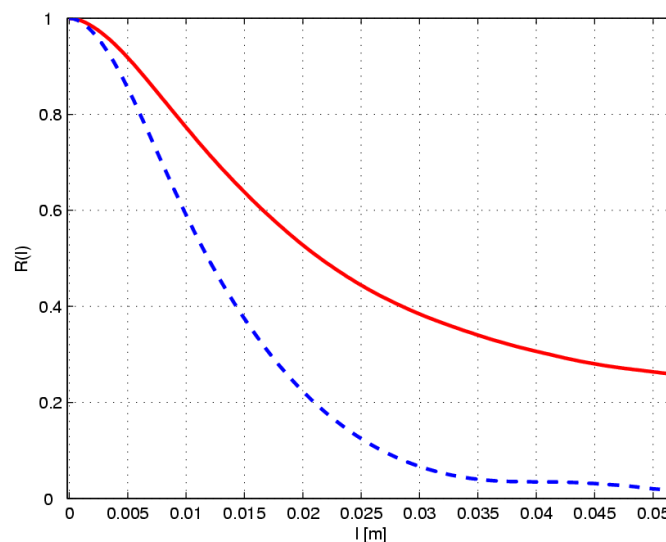
Analogicznie definiujemy korelacje poprzeczne.

$$\begin{aligned} R_u^\perp(l) &= \langle u'(x, z+l) \cdot u'(x, z) \rangle, \\ R_w^\perp(l) &= \langle w'(x+l, z) \cdot w'(x, z) \rangle. \end{aligned} \quad (6.2.5.4)$$

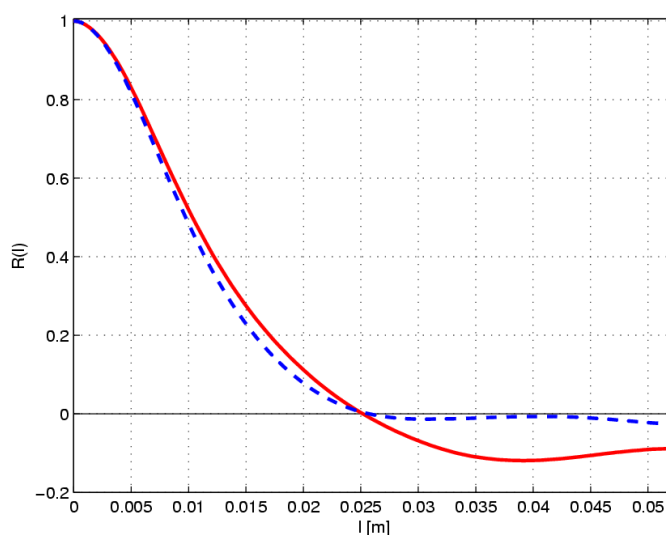
Po unormowaniu przez odpowiednie odchylenia standardowe fluktuacji prędkości otrzymane funkcje autokorelacji przyjmują wartości jedynie z przedziału $[-1:1]$.

Na wykresach korelacji (rys. 6.2.5.7 i rys. 6.2.5.8) również widoczne są różnice między krzywymi dla różnych składowych. Szczególnie jest to widoczne dla korelacji podłużnych. Duże wartości korelacji podłużnych dla składowej wertykalnej mogą być związane między innymi z występowaniem gradientu prędkości pionowej wzdłuż kierunku wertykalnego.

Na wykresie korelacji poprzecznych krzywa dla składowej wertykalnej przyjmuje dla $l > 0,025\text{m}$ wartości ujemne. Są one związane z występowaniem wyraźnych struktur wirowych w przedziale inercyjnym – korelacje poprzeczne przyjmują wartości minimalne dla długości odpowiadającej rozmiarom dominujących wirów w przepływie.



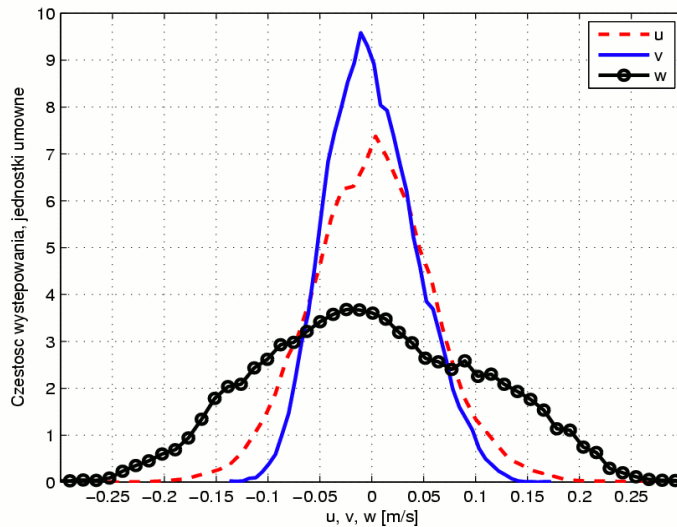
Rys. 6.2.5.7: Wykresy uśrednionych podłużnych funkcji autokorelacji składowych pola prędkości z jednej z serii pomiarowych. Niebieska przerywana linia – składowa horyzontalna prędkości, czerwona ciągła – składowa wertykalna.



Rys. 6.2.5.8: Wykresy uśrednionych poprzecznych funkcji autokorelacji składowych pola prędkości z jednej z serii pomiarowych. Niebieska przerywana linia – składowa horyzontalna prędkości, czerwona ciągła – składowa wertykalna.

6.2.6 Stereo PIV

Przeprowadzono serię wstępnych pomiarów z wykorzystaniem oprogramowania Vid-PIV firmy ILA. Na rysunku 6.2.6.1 przedstawiono porównanie rozkładów częstości występowania dla trzech składowych pola fluktuacji prędkości.



Rys. 6.2.6.1: Porównanie rozkładów częstości występowania dla trzech składowych fluktuacji prędkości (u , v – składowe poziome, w – składowa pionowa)

Widoczna jest wyraźna różnica pomiędzy składowymi horyzontalnymi (u' , v') a składową wertykalną (w'). Różnica ta jest bardziej widoczna niż to było w przypadku danych z dwuwymiarowych pól prędkości (rozdz.). odpowiednie odchylenia standardowe w tym przypadku wynoszą:

$$\sigma_u = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s},$$

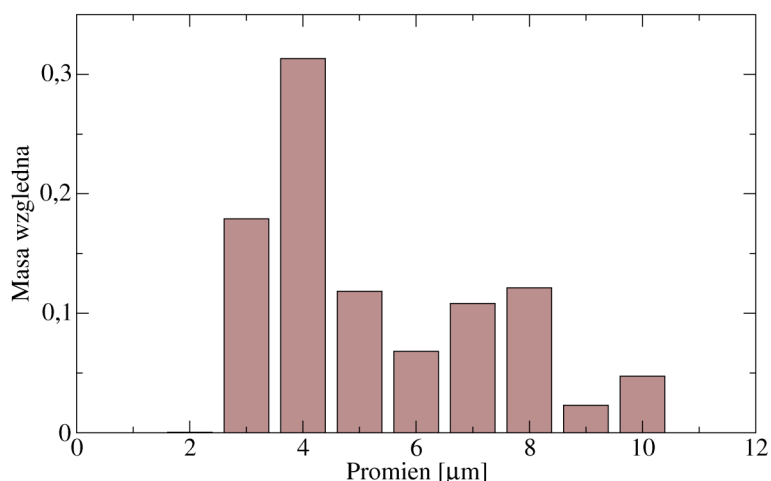
$$\sigma_v = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m/s},$$

$$\sigma_w = 11 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}.$$

Większe odchylenia standardowe (w porównaniu z danymi z dwuwymiarowych pól prędkości) dla współrzędnej wertykalnej są spowodowane zapewne odmiennymi warunkami eksperymentu. W przypadku eksperymentów Stereo-PIV używany był inny statyw i przepływ obserwowany był w innym miejscu komory. Niewielkie różnice w rozkładach horyzontalnych składowych prędkości są niefizyczne i wynikają z niedokładności pomiaru prędkości prostopadłych do płaszczyzny świetlnej. Z geometrii układu laboratoryjnego wynika, że w płaszczyźnie horyzontalnej przepływ nie powinien wyróżniać żadnego kierunku. Różnice mogą też być spowodowane niedoskonałościami w procesie kalibracji układu.

6.3 Analiza pola prędkości dla nieparujących kropelek

Wykonane zostały również eksperymenty, w których wykorzystano nieparujące kropelki syntetycznego oleju DEHS (Di-Ethyl-Hexyl-Sebacat, $\text{C}_{26}\text{H}_{50}\text{O}_4$). Gęstość tej substancji wynosi 912 kg/m^3 . Ciśnienie pary nasyconej w warunkach, w których wykonywane były eksperymenty jest mniejsze od 1 Pa , praktycznie więc jest to substancja nieparująca.



Rys. 6.3.1: Widmo promieni kropelek oleju syntetycznego DEHS używanych w doświadczeniach w komorze chmurowej.

Eksperymenty z olejem przeprowadzono w identyczny sposób jak eksperymenty z wodą, z tym, że do produkcji zawiesiny wykorzystywana była dysza pistoletu malarskiego. Użycie ultradźwiękowego nawilzacza, który był używany do eksperymentów z wodą okazało się niemożliwe. Widmo wielkości kropelek oleju produkowanych w eksperymentach przedstawione jest na rys 6.3.1.

Pomimo dołożenia wszelkich starań przebieg eksperymentu nie był identyczny jak z użyciem wody. Mniejsza gęstość użytego oleju, mniejsze rozmiary kropelek, a co wydaje się być czynnikiem najważniejszym – brak parowania i związanego z nim negatywnego wyporu powodował, że zawiesina DEHS opadała z o wiele mniejszą prędkością niż jej wodny odpowiednik. Podjęte próby schłodzenia zawiesiny w mniejszej komorze, jeszcze przed jej wpuszczeniem do głównej komory eksperymentalnej, ale one także nie dały zadowalających rezultatów.

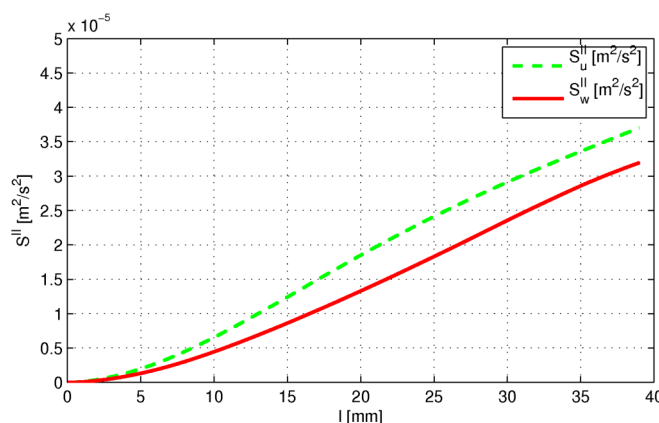
Odległość od wlotu [cm]	Prędkość opadania [m/s]	Współczynnik dyssypacji lepkiej [m ² /s ³]	Stosunek wariancji $\langle w'^2 \rangle / \langle u'^2 \rangle$
30	0,026	0,00020	1,15
50	0,018	0,00006	1,18
70	0,009	0,00001	1,17

Tabela 5: Wyniki pomiarów dla eksperymentów z DEHS

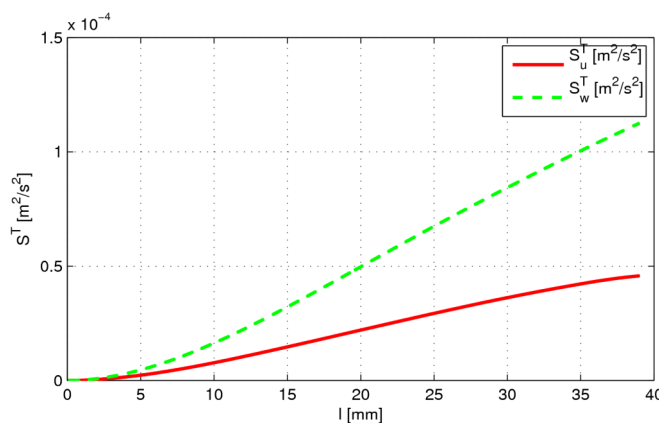
Wyniki wskazują na to, że przepływ wyhamowuje wraz z oddalaniem się od wlotu. Współczynnik dyssypacji również monotonicznie zanika z odległością od przegrody łączącej obie komory. To w istotny sposób różni się od przypadku z parowaniem wody. W przypadku przepływu z wodą, lokalne ochłodzenie niejednorodnie zmieszanego powietrza powodowało powstanie różnic sił wyporu, które powodowały powstanie w komorze ciągu pionowego i przyspieszanie strugi opadającego

powietrza, oprócz tego małe skale fluktuacji wyporu oddziaływały bezpośrednio z fluktuacjami pola prędkości, co wpływało na energię turbulencji i w konsekwencji na współczynnik dyssypacji lepkiej. W przypadku kropelek oleju syntetycznego współczynnik dyssypacji zanika monotonicznie wraz z zanikaniem prędkości średniej przepływu.

Wyniki wskazują również na to, że przepływ nie jest izotropowy (patrz $\langle w'^2 \rangle / \langle u'^2 \rangle$, tabela nr 5). Podobne ilorazy wariancji zmierzone zostały w eksperymentach z wodą. Można więc z tego wnioskować, że sama anizotropia przepływu nie pojawia się na skutek występowania fluktuacji sił wyporu spowodowanych parowaniem, ale samym oddziaływaniem grawitacji na zawieszinę.



Rys. 6.3.2: Porównanie podłużnych funkcji struktury dla składowej horyzontalnej (czerwona, ciągła linia) i wertykalnej pola prędkości (zielona, przerywana linia).



Rys. 6.3.3: Porównanie poprzecznych funkcji struktury dla składowej horyzontalnej (czerwona, ciągła linia) i wertykalnej pola prędkości (zielona, przerywana linia).

Porównanie funkcji struktury (rys.6.3.2 i 6.3.3)wskazuje na to, że podobnie jak to miało miejsce dla eksperymentów z wodą (patrz rys. 6.2.5.4 6.2.5.5), przepływ z kropelkami oleju charakteryzuje się anizotropią w szerokim przedziale skal.

Pomimo istotnych różnic między eksperymentami z kropelkami wody i oleju DEHS, dokonano jakościowego porównania wyników z obu realizacji eksperymentu. W obu przypadkach widoczna

jest anizotropia turbulencji, która wynika z wyróżnionego kierunku przepływu średniego i grawitacji. Opadając w komorze, przepływ z wodą jest przyspieszany (patrz rys. 6.2.1.1), co jest spowodowane parowaniem i zmianą gęstości powietrza, podczas gdy dla przepływu z nieparującymi kropelkami oleju obserwujemy gwałtowne wyhamowywanie przepływu (patrz tab.5).

Współczynnik dyssypacji dla nieparującego oleju maleje wraz z odległością od wylotu (patrz rys. 6.2.1.1) co jakościowo odpowiada sytuacji dla eksperymentu z wodą przy dużej wilgotności co można tłumaczyć tym, że w obu przypadkach zaniedbywalne są efekty związane z przemianami fazowymi.

Dla kropelek wody przy małych wilgotnościach współczynnik dyssypacji jest niemonotoniczną funkcją odległości od wlotu co odróżnia od przepływu z olejem DEHS. To jakościowe zróżnicowanie obu przepływów należałoby wiązać z wpływem parowania na strukturę przepływu.

6.4 Dyskusja powtarzalności eksperymentów i dokładności pomiarów

Przy analizie pomiarów eksperymentalnych narzędziami statystycznymi ważna jest kwestia powtarzalności doświadczeń. Można sobie wyobrazić chaotyczny przepływ, który w powtarzanym wielokrotnie eksperymencie zmieniałby swój charakter mimo zachowania identycznych warunków początkowych i brzegowych. Istnieją więc dwie przyczyny dla których tak samo przeprowadzone eksperymenty dawałyby inne wyniki. Pierwszą jest sama natura badanego przez nas zjawiska. Istotnie, gdyby porównywać chwilowe pola prędkości w eksperymencie z przepływem chaotycznym, otrzymanie podobnych wyników jest bardzo mało prawdopodobne, w tym przypadku interesujące są jednak wartości opisujące „makroskopowe” własności przepływu uzyskane przez analizę pewnej próbki pomiarów. Pojedynczy eksperyment polega w takim przypadku na zebraniu odpowiedniej próbki i określeniu jej właściwości takich jak np. uśredniony współczynnik dyssypacji lepkiej, charakterystyczne skale itp. Problem powtarzalności eksperymentu ogranicza się w takim przypadku do powtarzalności własności próbek otrzymanych w wyniku realizacji tego samego eksperymentu.

Drugą przyczyną, która wpływa na powtarzalność eksperymentów jest ustalenie warunków brzegowych i początkowych. W prezentowanych badaniach sporym problemem było ustalenie wilgotności. Wzrost wilgotności był uzyskiwany przez wpuszczenie do komory porcji powietrza chmurowego, która odparowując zwiększała koncentrację pary wodnej. Metoda ta obarczona jest niestety wieloma niedoskonałościami. Wilgotność nie ustalała się w ten sposób na stałym poziomie, ale fluktuowała z powodu dynamiki procesu i nieszczelności komory. Czujniki wilgotności umieszczone były z dala od osi komory, w której był obserwowany przepływ, tak aby nie powodować jego zakłóceń. W obecności nierównomiernego rozkładu wilgotności powoduje to, że mierzona wartość

nie musi odpowiadać dokładnie tej, która jest istotna. Przyjęto zatem, że błąd pomiaru wilgotności wynosi 5%. Jednak, jeśli pomiar był wykonywany w wilgotności równej wilgotności otoczenia wyżej wymienione ograniczenia nie występowały. Po wywietrzeniu komory, jej wnętrze napełniało się identycznym powietrzem jak to znajdujące się w otoczeniu. W badanej skali gradienty wilgotności powietrza znajdującego się w laboratorium są do pominięcia. Zatem po wywietrzeniu komory przestrzenny rozkład wilgotności staje się jednorodny i pomiar nie zależy od miejsca.

Aby zbadać powtarzalność pomiarów wykonano kilka eksperymentów dla wilgotności równej wilgotności otoczenia, to znaczy przed każdym pomiarem komora i laboratorium były dokładnie wietrzone. Pomiary wykonano dla dwóch różnych położeń: 30cm i 70cm od wlotu powietrza chmurowego. Dla pozycji 30cm wykonano 4 eksperymenty przy wilgotności względnej 21%, dla pozycji 70cm – 6 pomiarów przy wilgotności względnej 23%. Otrzymano średnio $0,0225 \text{ m}^2/\text{s}^3$ i $0,0145 \text{ m}^2/\text{s}^3$ odpowiednio dla pierwszego i drugiego przypadku. Przy czym odchylenia standardowe wynoszą: $0,0006 \text{ m}^2/\text{s}^3$ i $0,0010 \text{ m}^2/\text{s}^3$.

Świadczy to o dobrej powtarzalności pomiarów przy ustalonych warunkach. Większe odchylenie standardowe dla pozycji 70cm jest zapewne związane z intermittencją spowodowaną nieregularnym ruchem strugi powietrza chmurowego względem osi komory. Amplituda tego odchylenia zwiększa się wraz z odległością od wlotu.

7 Badania numeryczne

7.1 Oddziaływania pojedynczych kropeł ze strukturą wirową

Przeprowadzono badania numeryczne oddziaływań pojedynczych kropeł wody z polem prędkości. W symulacjach wykorzystany został program FLUENT. Oprogramowanie to pozwala na rozwiązywanie przepływów z fazą dyskretną, czyli przepływów, w których występują cząsteczki ciekłe bądź stałe oddziaływające z płynnym medium.

Do dyspozycji są następujące opcje:

- obliczenia trajektorii cząsteczek używając sformułowania Lagrange'a co pozwala na uwzględnienie bezwładności, oporu hydrodynamicznego, grawitacji.;
- parowanie cząsteczek ciekłych i wymianę masy z otoczeniem;
- dyfuzję parujących składników;
- wpływ energii przemian fazowych.

Przy modelowaniu powietrza użyto opcji pozwalającej na uwzględnienie transportu substancji. W tym przypadku była to para wodna, której stężenie mogło fluktuować w czasie i przestrzeni. Modelowane powietrze składało się z dwóch substancji: suchego powietrza i pary wodnej. Ponieważ w każdym przypadku obliczeniowym ustalana była inna wilgotność początkowa (30%, 60%, 100%), różne było również stężenie pary wodnej. Dodatkowym źródłem pary wodnej były kropelki wody, które parowały w trakcie eksperymentu numerycznego.

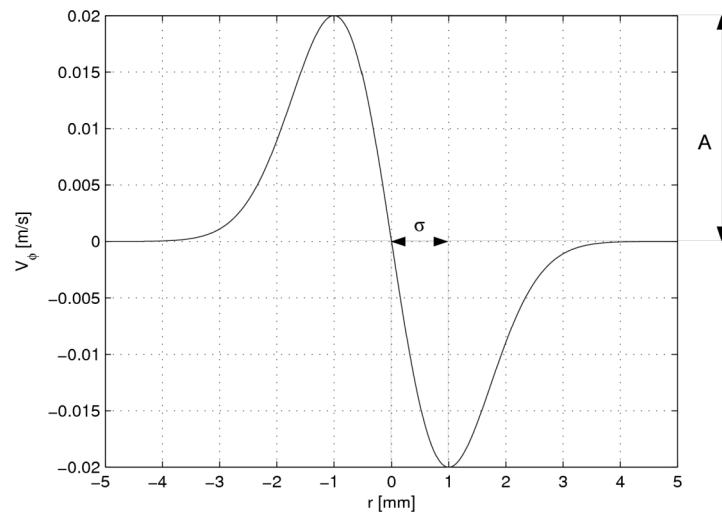
W eksperymencie badane było oddziaływanie kropełek wody ze strukturą wirową. Zasymulowany został pojedynczy dwuwymiarowy wir o rozkładzie prędkości opisanym następującymi równaniami:

$$\begin{aligned} V_r &= 0, \\ V_\phi &= -r \frac{A}{\sigma} \exp\left(\frac{1}{2} - \frac{r^2}{2\sigma^2}\right). \end{aligned} \quad (7.1.1)$$

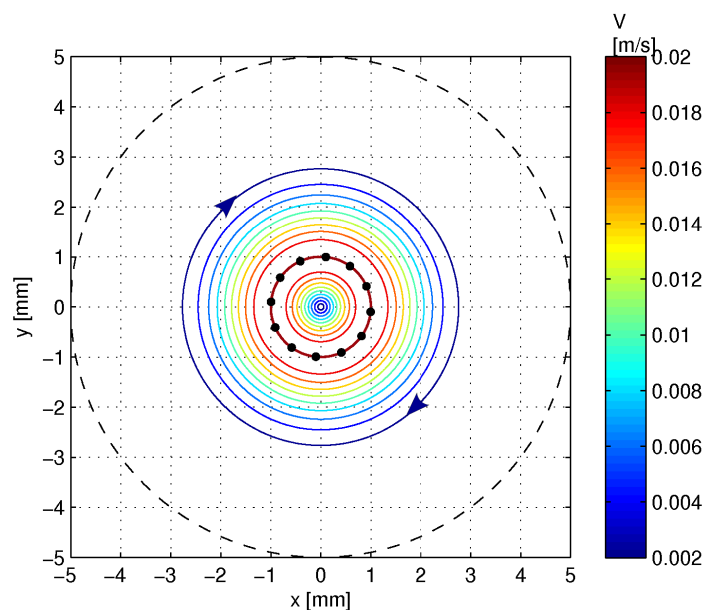
gdzie V_r , V_ϕ oznaczają odpowiednio składową radialną i transwersalną pola prędkości w biegunowym układzie współrzędnych, r – odległość od środka wiru, σ – odległość maksimum modułu prędkości od środka wiru, A - maksimum modułu prędkości (patrz rys.7.1.1).

W przeprowadzonych symulacjach, maksimum prędkości wiru znajdowało się w odległości

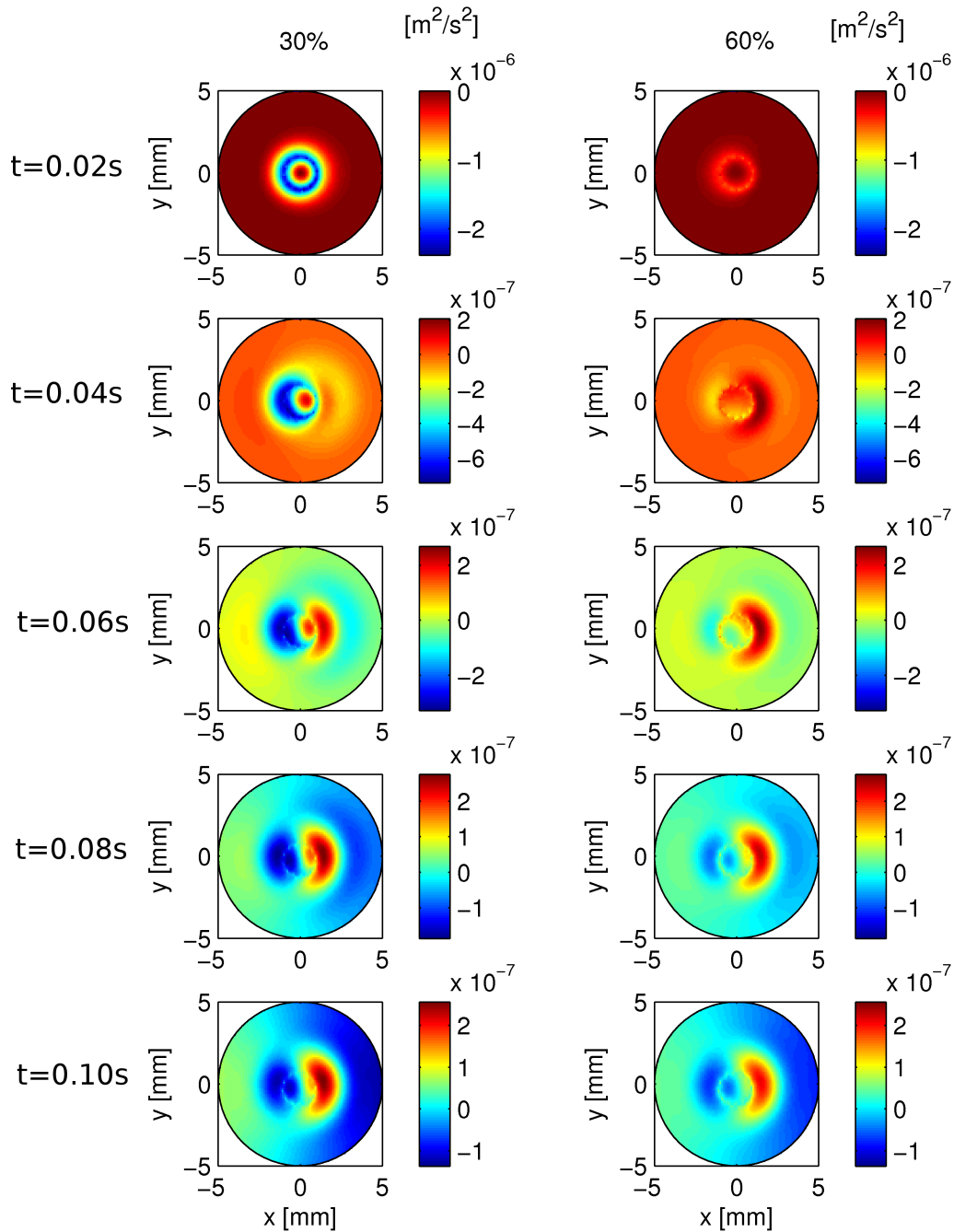
1mm od środka wiru i wynosiło 2cm/s. Parametry te dobrano tak, aby były nieco większe od skal Kolmogorova wynikających z danych doświadczalnych, aby w ten sposób sprawdzić jak wyglądają oddziaływania parujących kropelek z małymi skalami pola prędkości. Domeną obliczeniową było koło o promieniu 5mm. ścianki ograniczające domenę były adiabatyczne a tarcie na nich zostało wyłączone.



Rys. 7.1.1: Profil prędkości transwersalnej na przekroju przez wir dla warunku początkowego.



Rys. 7.1.2: Warunki początkowe dla modelu wiru: izolinie modułu prędkości i początkowe położenie 12 kropelek.



Rys. 7.1.3: Porównanie symulacji numerycznych dla wilgotności 30% - lewa kolumna i wilgotności 60% - prawa kolumna. Wykresy prezentują różnicę energii kinetycznej w stosunku do symulacji dla wilgotności 100%.

Wyniki symulacji przedstawione są na wykresach (rys. 7.1.3). Symulacje dla wilgotności 100% potraktowane zostały jako referencyjne. W tych warunkach nie ma parowania. Przedstawione wyniki pokazują różnice energii kinetycznej pomiędzy symulacją referencyjną a symulacjami dla wilgotności 30% i 60%. W obu przypadkach widać, że zmianie ulega głównie pionowa składowa pola prędkości. Można zauważyć, że energia kinetyczna jest większa w obszarach, gdzie pole prędkości

jest dodatnio skorelowane z grawitacją, natomiast energia kinetyczna jest mniejsza w obszarach, gdzie ta korelacja jest ujemna.

Parowanie kropelek oddziałuje bezpośrednio tylko na pionowe fluktuacje pola prędkości. Pionowe ruchy opadające zostają wzmocnione wskutek oddziaływania hydrodynamicznego kropelek i zwiększonej gęstości powietrza spowodowanej parowaniem. Pionowe ruchy wstępujące poddane tym samym mechanizmom ulegają wygaszeniu.

8 Dodatki

8.1 Obliczenia diagramu mieszania

Rozważmy proces mieszania nasyconego powietrza zawierającego wodę kropelkową z powietrzem nie zawierającym wody kropelkowej. Mieszanie to odbywa się bez wymiany masy i energii z otoczeniem i przy zachowaniu stałego ciśnienia. Wprowadźmy następujące oznaczenia:

m_{a1} – masa powietrza suchego zawartego w pierwszej cząstce,

m_{a2} – masa powietrza suchego zawartego w drugiej cząstce,

m_a – masa powietrza suchego po mieszanii,

m_{v1} – masa pary wodnej zawartej w pierwszej cząstce,

m_{v2} – masa pary wodnej zawartej w drugiej cząstce,

m_v – masa pary wodnej po zmieszaniu

T_1 – temperatura pierwszej cząstki,

T_2 – temperatura drugiej cząstki,

T_m – temperatura po zmieszaniu bez parowania ,

T – temperatura końcowa,

$X_1 = \frac{m_{v1}}{m_{a1}}$ - stosunek zmieszania pary wodnej dla pierwszej porcji powietrza,

$X_2 = \frac{m_{v2}}{m_{a2}}$ - stosunek zmieszania pary wodnej dla drugiej porcji powietrza,

$X = \frac{m_v}{m_a}$ - końcowy stosunek zmieszania pary wodnej,

$w_1 = \frac{m_{w1}}{m_{a1}}$ – stosunek zmieszania wody kropelkowej w pierwszej cząstce,

$w_2 = \frac{m_{w2}}{m_{a2}}$ – stosunek zmieszania wody kropelkowej w drugiej cząstce,

$w = \frac{m_w}{m_a}$ – końcowy stosunek zmieszania wody kropelkowej,

$R_v = 461 \frac{J}{kg K}$ - stała gazowa pary wodnej

$\epsilon = \frac{R_a}{R_v} = 0.622$ - stosunek stałej gazowej czystego powietrza do stałej gazowej pary wodnej

Zakładamy, że znamy parametry opisujące obie cząstki, takie jak: temperatura (T_1, T_2), stosunek zmieszania pary wodnej (X_1 i X_2), stosunek zmieszania wody kropelkowej (w_1 i w_2) i ciśnienie, które jest równe ciśnieniu atmosferycznemu. Zastanówmy się jaka będzie temperatura (T), stosunek zmieszania pary wodnej (X) i stosunek zmieszania wody kropelkowej (w) po zmieszaniu obu porcji powietrza w zadanych proporcjach zmieszania:

$$k_1 = \frac{m_{a1}}{m_{a1} + m_{a2}} = \frac{m_{a1}}{m_a}, \quad k_2 = \frac{m_{a2}}{m_{a1} + m_{a2}} = \frac{m_{a2}}{m_a} \quad (8.1.1)$$

Rozbijmy rozważany proces na dwa etapy:

- W pierwszym następuje tylko mieszanie (bez parowania wody). Obliczymy najpierw jaka będzie temperatura (T_m), i stosunki zmieszania (X_m i w_m) takiej mieszanki.
- W drugim etapie obliczymy zmianę tych wielkości ($\Delta T, \Delta X, \Delta w$) po odparowaniu wody kropelkowej. Uwzględnimy przy tym fakt, że parowanie będzie następować do chwili, kiedy ciśnienie pary wodnej osiągnie stan nasycenia lub gdy wcześniej wyparuje cała woda kropelkowa zawarta w rozważanym przez nas układzie.

Gdy nie ma parowania to z bilansu energii otrzymujemy następujące równanie (pomijamy tutaj zmiany objętości):

$$(m_{a1} c_{pa} + m_{v1} c_{pv} + m_{w1} c_{pw}) T_1 + (m_{a2} c_{pa} + m_{v2} c_{pv} + m_{w2} c_{pw}) T_2 = (m_a c_{pa} + m_v c_{pv} + m_w c_{pw}) T_m \quad (8.1.2)$$

Ponieważ masa wody i pary wodnej jest mała w stosunku do masy powietrza suchego możemy je zaniedbać, dodatkowo dzieląc równanie 8.1.2 przez $c_{pa} m_a$ otrzymujemy:

$$k_1 T_1 + k_2 T_2 = T_m. \quad (8.1.3)$$

W pierwszym etapie nie zmienia się całkowita masa wody kropelkowej i masa pary wodnej. Z bilansu masy wody kropelkowej łatwo więc pokazać, że stosunek zmieszania ciepłej wody będzie wynosić:

$$w_m = k_1 w_1 + k_2 w_2 . \quad (8.1.4)$$

W naszym przypadku tylko jedna porcja powietrza zawiera wodę kropelkową, zatem:

$$w_m = k_2 w_2 . \quad (8.1.5)$$

Podobnie z bilansu masy pary wodnej wynika, że:

$$X_m = k_1 X_1 + k_2 X_2 . \quad (8.1.6)$$

Znamy już więc parametry termodynamiczne naszego układu po zmieszaniu bez parowania wody.

Teraz włączamy parowanie.

Parowanie spowoduje zmianę temperatury. Zmianę tę można policzyć z bilansu energii:

$$\Delta U = Q + W \quad (8.1.7)$$

Praca w tym przypadku jest zmianą objętości w stałym ciśnieniu. Przyjmując, że wpływ zmiany objętości jest zanedbywalnie mały to zmiana energii wewnętrznej jest spowodowana pobraniem z układu ciepła parowania

$$m_a c_{pa} \Delta T = L \Delta m_w \quad (8.1.8)$$

skąd otrzymujemy dalej:

$$\Delta T = \frac{L}{c_{pa}} \Delta w \quad (8.1.9)$$

Temperaturę jaka ustali się po parowaniu można zapisać równaniem:

$$T = T_m + \Delta T = k_1 T_1 + k_2 T_2 + \frac{L}{c_{pa}} \Delta w \quad (8.1.10)$$

Aby obliczyć tę temperaturę musimy znać jaka ilość wody wyparuje. Woda paruje do osiągnięcia stanu nasycenia. Wstawmy więc w równanie 8.1.8 zależność od ciśnienia pary nasyconej. Na początku zamieńmy stosunek zmieszania ciekłej wody ma stosunek zmieszania pary wodnej:

$$T = T_m - \frac{L}{c_{pa}} \Delta X \quad (8.1.11)$$

co wynika z zachowania całkowitej masy wody w układzie.

$$\Delta X = X(T) - X_m \quad (8.1.12)$$

Temperatura T jest w tym przypadku temperaturą przy której powietrze jest nasycone, zatem $X(T)$ jest stosunkiem zmieszania pary wodnej dla temperatury nasycenia. Wykorzystując zależność między ciśnieniem pary wodnej a stosunkiem zmieszania pary wodnej i wstawiając do niej prężność pary nasyconej otrzymujemy:

$$X(T) = \frac{\epsilon E_s(T)}{p - E_s(T)} \quad (8.1.13)$$

Ponieważ ciśnienie pary wodnej jest małe w stosunku do ciśnienia atmosferycznego możemy uprościć powyższą zależność pozbywając się ciśnienia pary wodnej z mianownika:

$$X(T) = \frac{\epsilon}{p} E_s(T) \quad (8.1.14)$$

gdzie ciśnienie pary nasyconej otrzymujemy z równania Clausiusa-Clapeyrona:

$$E_s(T) = E_{s0} \exp \left[\frac{L}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (8.1.15)$$

Z równań 8.1.2, 8.1.4, 8.1.9, 8.1.10 otrzymujemy:

$$T = k_1 T_1 + k_2 T_2 - \frac{L}{c_{pa}} \left(\frac{\epsilon}{p} E_s(T) - k_1 X_1 - k_2 X_2 \right) \quad (8.1.16)$$

Korzystając dalej z faktu, że $k_1 + k_2 = 1$ możemy z powyższej równości pozbyć się k_1 :

$$T = (1 - k_2) T_1 + k_2 T_2 - \frac{L}{c_{pa}} \left(\frac{\epsilon}{p} E_s(T) - (1 - k_2) X_1 - k_2 X_2 \right) \quad (8.1.17)$$

Aby znaleźć zależność $T(k_2)$ należy powyższe równanie rozwiązać numerycznie.

Wyprowadzone powyżej równanie opisuje układ, w którym osiągnięty jest stan nasycenia parą wodną. W badanym procesie sytuacja taka będzie obserwowana tylko wtedy, gdy w układzie jest wystarczająco dużo wody kropelkowej. Jeśli wody kropelkowej jest mniej to wyparowuje ona cała.

Mamy więc dwa reżimy:

- dla $k_2 \in [0, k_s]$ wyparowuje cała woda – ten przypadek opisuje równanie

$$T = (1 - k_2) T_1 + k_2 T_2 - \frac{L}{c_{pa}} w_2 k_2 \quad (8.1.18)$$

- dla $k_2 \in (k_s, 1]$ osiągnięty jest stan nasycenia po odparowaniu odpowiedniej masy wody (część wody kropelkowej pozostaje w postaci ciekłej) – ten przypadek opisuje równanie 8.1.17.

k_s jest tutaj wartością graniczną dla której po odparowaniu całej wody powietrze jest nasycone.

Bibliografia

- [1] Shaw R.A., Particle-turbulence interactions in atmospheric clouds, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 183-227 2003.
- [2] Pinsky M., Khain A., and Levin Z., The role of the inertia of cloud drops in the evolution of the spectra during drop growth by diffusion, *Q. J. Roy. Meteor.*, 553-581 1999.
- [3] Pinsky M., Khain A., Tsinober A., Accelerations in isotropic and homogeneous turbulence and Taylor's hypothesis, *Phys. Fluids*, 3195-3204 2000.
- [4] Korolev A.V., Isaac G.A., Drop growth due to high supersaturation caused by isobaric mixing, *J. Atmos. Sci.*, 1675-85 2000.
- [5] Malinowski S. P., Zawadzki I., Banat P., Laboratory observations of cloud-clear air mixing at small scales, *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 1060-1065 1998.
- [6] Kolmogorow, AN., Dissipation of energy under locally isotropic turbulence, *CR Acad. Sci. USSR*, 16-18 1941.

- [7] Andrejczuk M., Grabowski W., Malinowski S.P., and Smolarkiewicz P.K., Numerical Simulation of Cloud-Clear Air Interfacial Mixing, *J. Atmos. Sci.*, 1726–1739 2004.
- [8] Jeffery C.A., Investigating the small-scale structure of clouds using the d-correlated closure: effect of particle inertia, condensation/evaporation and intermittency, *Atmos. Res.*, 199-215 2001.
- 9: Frish U., Turbulence - The legacy of A. N. Kolmogorov, 1995
- [10] Vaillancourt P.A., Yau M.K., Review of particle-turbulence interactions and consequences for cloud physics, *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, 285–98 2000.
- [11] Prasad A.K., Adrian R.J., Stereoscopic particle image velocimetry applied to liquid flows, *Exp. Fluids*, 49-60 1993.
- 12: Elsner J.W., Turbulencja przepływów, 1987
- 13: Pruppacher H.R., Klett J.D., Microphysics of clouds and precipitation, 1997
- [14] Batchelor G.K., Pressure fluctuations in isotropic turbulence, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 533-559 1951.