

## Dodatek A

### Uzupełnienie opisu eksperymentalnej części badań

Niżej przedstawiony opis stanowi dodatkowe zestawienie informacji o eksperymentach uznanych za wzorce dla weryfikacji programów numerycznych i uzupełnienie informacji zawartych w Tabeli 5, w szczególności określenie parametrów dostępnych wyników eksperymentalnych. W pracy dla większej przejrzystości materiału, szereg rezultatów badań zostało omówionych jedynie skrótowo, pozostawiając możliwość szczegółowej prezentacji wybranych danych w sposób dostosowany do potrzeb ewentualnego ich użytkownika. Zestaw danych zamieszczony poniżej zawiera podstawowe informacje dla każdego wzorca. W tabelach A.1-A.14 powtórzone podstawowe dane opisujące problemy eksperymentalne i dalej opisano będące do dyspozycji lub możliwe do przygotowania na żądanie wyniki pomiarów, skatalogowane według następującego podziału:

1. Pole wektorowe prędkości PIV (wykres);
2. Pole wektorowe prędkości PIV (tabela składowych prędkości);
3. Profile prędkości w wybranych przekrojach pola wektorowego prędkości;
4. Tabela z wartościami składowych prędkości  $u$ ,  $v$  z wybranych profili prędkości;
5. Kształt fazy zakrzepłej;
6. Zmiana położenia powierzchni przemiany fazowej w czasie;
7. Zmiana położenia powierzchni swobodnej fazy ciekłej w funkcji czasu;
8. Rozkład temperatury mierzony termoparami w funkcji czasu;
9. Rozkład temperatury w cieczy;
10. Tory cząstek;
11. Linie prądu.

Tabela A1. Wzorzec z eksperymentu #6

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
SIG	PEG-900	T+K	0.0	•	brak	Proszek Szklany
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_o$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
	283.0		Lp. 3	Lp. 3	v	

- Ad.1. dwa cykle rejestracji po 45 obrazów w seriach po 5 co 68s. Cykl I obejmuje fragment eksperymentu w przedziale od 300s do 840s po rozpoczęciu pomiarów, cykl II fragment od 2860s do 3400s. Korelacje PIV: co czwarty w odstępnie 0.34;
- Ad.2 dostępne w postaci korelacji PIV obrazów z pkt. 1;
- Ad.3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.5 dostępne osiem kształtów dla fazy II eksperymentu;
- Ad.6 dostępne osiem położenia powierzchni przemiany fazowej po czasach 2860s, 2927s, 2994s, 3061s, 3128s, 3195s, 3262s, 3329s, 3396s;
- Ad.7 nie dotyczy;
- Ad.8 rozkład temperatury rejestrowanej przez termopary w czasie eksperymentu;
- Ad.9 nie dotyczy;
- Ad.10 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A2. Wzorzec z eksperymentu #15

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
SIG	PEG-900	T+K	0.0	•	•	BM100/R29C4W
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
	298.0	309.0	309.0	Pole	v,s	

- Ad.1 rejestracja 10 obrazów co 1s. Korelacje PIV: co drugi w odstępie 2s;  
 Ad.2 dostępne dla korelacji PIV z pkt.1;  
 Ad.3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;  
 Ad.4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;  
 Ad.5 jeden kształt fazy zakrzepłej;  
 Ad.6 nie rejestrowana;  
 Ad.7 nie dotyczy;  
 Ad.8 temperatury mają wartości stałe – stan ustalony;  
 Ad.9 poza zakresem możliwości zastosowanej metody;  
 Ad.10 suma dziesięciu obrazów;  
 Ad.11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A3. Wzorzec z eksperymentu #16

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
SIG	PEG-900	T+K	0.0	•	•	BM100/R90F2W
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
	300.0	311.0	311.0	Pole	v,s	

- Ad. 1 rejestracja 10 obrazów co 2s. Korelacje PIV: co drugi w odstępie 4s – stan ustalony;  
 Ad. 2 dostępne dla korelacji PIV z pkt. 1;  
 Ad. 3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;  
 Ad. 4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;  
 Ad. 5 jeden kształt fazy zakrzepłej;  
 Ad. 6 nie rejestrowana;  
 Ad. 7 nie dotyczy;  
 Ad. 8 temperatury mają wartości stałe – stan ustalony;  
 Ad. 9 poza zakresem możliwości zastosowanej metody;  
 Ad. 10 suma dziesięciu obrazów (niska jakość);  
 Ad. 11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A4. Wzorzec z eksperymentu #18

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
SIG	PEG-900	T+K	0.0	•	•	BM100/R29C4W
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
	302.0	311.0	313.0	Pole	v,s	

Ad. 1 rejestracja 10 obrazów co 2s, korelacje PIV dla co drugiego obrazu w odstępie 4s – stan ustalony;

Ad. 2 dostępne dla korelacji PIV z pkt. 1;

Ad. 3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;

Ad. 4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;

Ad. 5 brak krzepnięcia;

Ad. 6 brak krzepnięcia;

Ad. 7 nie dotyczy;

Ad. 8 temperatury mają wartości stałe – stan ustalony;

Ad. 9 poza zakresem możliwości zastosowanej metody;

Ad. 10 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;

Ad. 11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A5. Wzorzec z eksperymentu #22

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
SIG	SCN	T+K	0.0	•	brak	Proszek Szklany
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
	273.0	309.0	Lp. 23	Lp. 23	v,s	

Ad.1 rejestracja 149 obrazów w różnych odstępach czasowych 100ms, 500ms, 1000ms, 2000ms w 15 seriach. Korelacje PIV: dla różnych odstępów czasowych, najkorzystniejsze dla 500ms;

Ad.2 dostępne dla korelacji PIV z pkt.1;

Ad.3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;

Ad.4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;

Ad.5 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników; dla 15 czasów;

Ad.6 wykres zmian położenia powierzchni przemiany fazowej dla 18s, 319s, 621s, 874s, dla innych czasów według uzgodnień z użytkownikiem wyników;

Ad.7 nie dotyczy;

Ad.8 raport zmiany temperatury termopar (niewielkie zmiany);

Ad.9 nie dotyczy;

Ad.10 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;

Ad.11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A6. Wzorzec z eksperymentu #25

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
SIG	SCN	T+K	0.0	•	•	BM100/R90F10W
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
	298.0	333.0	333.0	Pole	v,s	

- Ad.1 rejestracja 14 s stanu ustalonego, wykonano 29 obrazów co 500 ms, odpowiada im 29 korelacji PIV obrazów sąsiednich (wszystkie wyniki korelacji są podobne);
- Ad.2 dostępne dla korelacji PIV z pkt.1;
- Ad.3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.5 w trakcie eksperymentu kształt zakrzepły nie ulega zmianie, dostępny według uzgodnień z użytkownikiem wyników;
- Ad.6 brak zmian;
- Ad.7 nie dotyczy;
- Ad.8 (niewielkie) zmiany temperatury termopar dostępne według uzgodnień z użytkownikiem wyników ;
- Ad.9 poza zakresem możliwości zastosowanej metody;
- Ad.10 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A7. Wzorzec z eksperymentu #37

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
PBP	Woda	W+K	11.4	•	brak	Pyłki sosny
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
286.0	263.0		280.0	180.00	v	

- Ad.1 rejestracja 44 obrazów wysokorozdzielczych (1296x640) co 85 ms w seriach po 5 w fazie zalewania. Korelacje PIV obrazów: dla czasów 3s, 16s, 31s, 47s, 61s, 76s, 91s, 106s, 121s.
- Ad.2 dostępne dla korelacji PIV z pkt.1;
- Ad.3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.5 lód przy ściankach w czasach podanych w pkt.1;
- Ad.6 zmiana grubości lodu po czasach jak w pkt.1;
- Ad.7 zmiana położenia powierzchni swobodnej po 3s, 16s, 31s, 47s, 76s;
- Ad.8 zmiany temperatury termopar dostępne według uzgodnień z użytkownikiem wyników;
- Ad.9 nie dotyczy;
- Ad.10 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A8. Wzorzec z eksperymentu #39

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
PBP	Woda	W+K	45.0	•	•	TM 445
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]		$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	
294.0		276.0		287.0	4.64	t,v

- Ad.1 rejestracja przepływu w trzech etapach: (1) - początek zalewania naczynia, 28 obrazów co 500 ms; (2) - koniec zalewania naczynia 28 obrazów co 500 ms; (3) - proces stygnięcia, 28 obrazów co 2000 ms. Komplet korelacji PIV dla ww. trzech etapów;
- Ad.2 dostępne dla korelacji PIV z pkt.1;
- Ad.3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.5 bez przemiany fazowej;
- Ad.6 bez przemiany fazowej;
- Ad.7 dane dla czasów rejestracji dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.8 zmiany temperatury termopar dostępne według uzgodnień z użytkownikiem wyników;
- Ad.9 rozkłady temperatur w płaszczyźnie centralnej dla czasów rejestracji dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.10 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A9. Wzorzec z eksperymentu #40

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
PBP	Woda	W+T+K	11.4	•	•	Mix C
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]		$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	
297.0		263.0		280.0	4.64	t,v,s

- Ad.1 rejestracja w okresie zalewania naczynia i w stanie początkowym po zalaniu 0 – 632s, 100 obrazów w 20 seriach po 5 obrazów z odstępem 0.2s, 0.4s, 1s, 2s, stan rozwinięty po zalaniu 767s-1399s, 100 obrazów w 20 seriach po 5 obrazów z odstępem 0.2s, 0.4s, 1s, 2s. Korelacje PIV dla 16 wybranych czasów;
- Ad.2 dostępne dla korelacji PIV z pkt.1;
- Ad.3 profile prędkości w płaszczyźnie centralnej dla 5 odległości i 16 wybranych czasów;
- Ad.4 dostępne dla profili z pkt. 3;
- Ad.5 warstwa lodu przy ściankach;
- Ad.6 wykres i tabela zmiany grubości warstwy lodu;
- Ad.7 wykres zmiany położenia powierzchni swobodnej;
- Ad.8 raport ze zmiany w czasie temperatury termopar;
- Ad.9 wykres konturowy i tabela temperatury w płaszczyźnie centralnej po 570s;
- Ad.10 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad. 11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A10. Wzorzec z eksperymentu #42

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
PBP	Woda	W+T+K	11.4	•	•	Mix C
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
276.0	258.0		276.0	4.64	t,v,s	

- Ad.1 rejestracja przepływu w trzech okresach: zalewanie 50 obrazów co 1s, początkowe narastanie lodu 50 obrazów co 1s, rozwinięte narastanie lodu 50 obrazów co 1s. Korelacje PIV dla wszystkich czasów rejestracji;
- Ad.2 dostępne dla korelacji PIV z pkt.1;
- Ad.3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.5 kształt lodu przy ściankach dla wybranych czasów rejestracji;
- Ad.6 zmiana grubości lodu przy ściankach;
- Ad.7 dostępne według uzgodnień z użytkownikiem wyników;
- Ad.8 raport zmiany temperatur termopar dostępny według uzgodnień z użytkownikiem wyników;
- Ad.9 rozkłady temperatury w cieczy w płaszczyźnie centralnej dla wybranych czasów dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.10 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A11. Wzorzec z eksperymentu #47

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
PZP	Woda	W+T+K	82.0	•	brak	Pyłki sosny
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
274.0	259.4		276.0	1.33	v,s	

- Ad.1 rejestracja przepływu w okresie zalewania: 100 obrazów w 20 seriach po 5 obrazów w odstępach 0.2s, 0.4s, 0.4s, 0.4s; w okresie krzepnięcia: 100 obrazów w 20 seriach po 5 obrazów w odstępach 0.52s, 1.12s, 1.12s, 1.12s. Korelacje PIV dla wybranych czasów, wykresy pól prędkości i konturów prędkości;
- Ad.2 dostępne dla korelacji PIV z pkt.1;
- Ad.3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.5 warstwa lodu przy ściankach;
- Ad.6 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.7 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.8 raport ze zmiany temperatury termopar dostępny według uzgodnień z użytkownikiem wyników;
- Ad.9 nie dotyczy;
- Ad.10 tory cząstek, dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.11 wykresy dla 15 wybranych czasów.

Tabela A12. Wzorzec z eksperymentu #48

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
SP	Woda	W+T+K	0.0	•	brak	Pyłki sosny
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
295.0		257.0	277.0	266.90	v,s	

- Ad.1 rejestracja przepływu w fazie początkowej zalewania: 10 obrazów co 500 ms; rejestracja przepływu i kształtu lodu: 1440s, 2640s, 3840s, 4680s, 6120s od chwili zalania; serie po 6 obrazów co 2s, 5 obrazów po 6720s co 2s z kształtem lodu. Korelacje PIV dla wszystkich czasów rejestracji;
- Ad.2 dostępne dla korelacji PIV z pkt.1;
- Ad.3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.5 dla czasów rejestracji;
- Ad.6 dla czasów rejestracji;
- Ad.7 dla zalewania;
- Ad.8 raport zmiany temperatury termopar dostępny według uzgodnień z użytkownikiem wyników;
- Ad.9 nie dotyczy;
- Ad.10 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

Tabela A13. Wzorzec z eksperymentu #49

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
SP	Woda	K	0.0	brak	brak	Atrament
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
276.0		258.0	277.0		s	

- Ad.1 nie dotyczy;
- Ad.2 nie dotyczy;
- Ad.3 nie dotyczy;
- Ad.4 nie dotyczy;
- Ad.5 kształt lodu po 30, 38, 53, 71 min. od zalania naczynia;
- Ad.6 wykres zmiany w czasie grubości lodu, dostępny według uzgodnień z użytkownikiem wyników;
- Ad.7 nie dotyczy;
- Ad.8 nie dotyczy;
- Ad.9 nie dotyczy;
- Ad.10 nie dotyczy;
- Ad.11 nie dotyczy.

Tabela A14. Wzorzec z eksperymentu #50

Geometria	Ciecz modelowa	Badanie	Kąt	PIV	PIT	Posiew
			$\alpha$ [°]			
SP	Woda	W+T+K	0.0	•	brak	Pyłki sosny
Warunki brzegowe			Warunki początkowe		Uwagi	
$T_h$ [K]	$T_c$ [K]	$T_{ext}$ [K]	$T_0$ [K]	$q \times 10^8$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
277.6		262.5	280.0	266.90	v	

- Ad.1 sekwencja zalewania łącznie 28s, 250 obrazów/s korelacje PIV wybranych obrazów;
- Ad.2 dostępne dla korelacji PIV z pkt.1;
- Ad.3 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.4 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.5 nie rejestrowany;
- Ad.6 nie dotyczy;
- Ad.7 wykres dla wybranych czasów, dostępny według uzgodnień z użytkownikiem wyników;
- Ad.8 nie rejestrowany;
- Ad.9 nie dotyczy;
- Ad.10 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników;
- Ad.11 dostępne po uzgodnieniu z użytkownikiem wyników.

## Dodatek B

### Uzupełnienie opisu numerycznej części badań

**B1:** Weryfikacja obliczeń dla wzorca numerycznego modelowania konwekcji naturalnej w różnicowo grzany sześcianie.

Poniżej został przedstawiony test wrażliwości siatki obliczeniowej dla problemu modelowania konwekcji naturalnej wody w zakresie występowania anomalii gęstości; naczynie typu SRG (Tabela 5, #1).

Tabela B1. Globalne wartości ekstremów dla składowych prędkości oraz średnia wartość liczby Nusselta obliczona na prawej ścianie naczynia typu SRG

Lp	Siatka	$U_{min}$	$U_{max}$	$V_{min}$	$V_{max}$	$Nu_c$
FRE1	21x21	-141.9	101.4	-225.6	215.2	7.05
FRE2	41x41	-156.1	101.1	-177.0	213.1	6.98
FRE3	81x81	-158.7	102.9	-175.7	217.3	6.60
FRE4	121x121	-158.8	103.1	-175.8	221.4	6.52
FRE5	161x161	-159.1	103.3	-175.9	222.0	6.49
FRE6	201x201	-159.2	103.3	-175.9	221.9	6.48
FRE7	301x301	-159.2	103.4	-176.0	222.5	6.47
FLU0	38x38	-158.94	105.31	-172.38	208.12	6.59
FLU1	76x76	-159.39	103.57	-173.61	220.60	6.47
FLU2	190x190	-159.77	103.51	-174.57	223.21	6.51
FLU3	380x380	-159.73	103.55	-174.73	223.52	6.50
FID1	39x39	-155.10	104.30	-178.07	227.02	6.64
FID2	77x77	-159.03	105.38	-174.93	225.17	6.44
STR1	50x50	-178.51	116.425	-191.450	248.063	6.63
STR2	100x100	-168.73	108.743	-183.605	237.538	6.78
STR3	150x150	-165.34	106.777	-180.327	232.612	6.73
STR4	200x200	-163.60	105.728	-179.554	229.670	6.67
STR5	250x250	-162.45	105.047	-177.356	227.635	6.65
MEF1	100x100	-161.87	103.78	-167.58	225.94	6.22

Tabela B2. Wartości ekstremów prędkości oraz ich położenia wzdłuż  $X=0.5$  i  $Y=0.5$ , w funkcji stopnia dyskretyzacji testowanych programów numerycznych

Lp	Y=0.5				X=0.5			
	$U_{min}/X$	$U_{max}/X$	$V_{min}/X$	$V_{max}/X$	$U_{min}/Y$	$U_{max}/Y$	$V_{min}/Y$	$V_{max}/Y$
FRE1	-103.0/80	20.4/55	-211.0/80	215.0/05	-96.6/15	82.0/90	0.75/95	9.72/30
FRE2	-132.0/72	6.25/42	-174.0/72	209.0/05	-75.4/25	84.2/90	-68.9/25	5.54/60
FRE3	-131.0/71	3.65/39	-174.0/71	213.0/04	-76.8/28	86.0/89	-84.5/26	6.28/64
FRE4	-131.0/71	3.21/38	-175.0/71	216.0/04	-77.4/28	86.5/89	-86.6/26	6.40/65
FRE5	-131.0/71	3.06/38	-175.0/70	216.0/04	-77.6/29	86.6/89	-87.2/26	6.44/65
FRE6	-131.0/71	3.00/38	-175.0/70	216.0/04	-77.7/29	86.6/89	-87.5/26	6.46/65
FRE7	-131.0/71	2.94/38	-175.0/70	217.0/04	-77.8/29	86.7/89	-87.7/26	6.48/65
FLU0	-136.04/71	2.46/39	-171.09/71	202.15/053	-80.35/29	88.92/89	-87.17/26	6.25/63
FLU1	-134.08/71	2.83/38	-172.41/71	215.36/039	-78.87/29	87.18/89	-87.90/26	6.39/64
FLU2	-132.72/71	2.92/38	-173.40/70	217.53/040	-78.22/28	86.90/89	-87.62/26	6.44/64
FLU3	-131.68/70	2.93/38	-173.62/70	217.84/042	-78.11/28	86.85/89	-87.37/26	6.42/64
FID1	-130.47/71	4.36/39	-177.15/71	218.50/05	-77.05/29	94.14/92	-83.74/26	6.03/60
FID2	-131.50/70	5.28/38	-174.31/70	219.71/04	-81.60/29	87.57/89	-99.19/26	7.19/68
STR1	-147.20/67	1.15/37	-191.45/67	237.34/04	-95.57/31	96.26/90	-119.59/29	7.10/67
STR2	-139.71/71	2.43/37	-183.04/70	230.38/04	-84.74/28	90.93/89	-95.47/26	6.64/64
STR3	-137.10/70	2.61/38	-179.69/70	226.18/04	-82.09/28	89.38/89	-91.34/25	6.55/64
STR4	-135.64/71	2.68/38	-177.74/70	223.58/04	-80.78/28	88.54/89	-89.75/26	6.51/64
STR5	-134.14/71	2.44/38	-176.64/70	221.48/04	-79.62/28	87.96/89	-87.31/26	6.52/64
MEF1	-125.34/68	5.81/34	-166.91/64	218.89/04	-79.87/35	88.29/89	-132.03/31	6.56/71

**B2:** Współczynniki wielomianów aproksymujących rozwiązanie wzorcowe.

Wartości współczynników wielomianów interpolujących profil składowych prędkości  $U$ ,  $V$  oraz temperatury  $T$  wzdłuż prostych  $X = 0.5$ ,  $Y = 0.5$  i  $X = 0.9$  zostały przedstawione w tabelach B3-B5. Profile te stanowią numeryczne rozwiązanie wzorcowe dla zagadnienia modelowania konwekcji naturalnej wody w naczyniu typu SRG (Tabela 5, eksperyment Nr 1). Współczynniki zostały otrzymane przy pomocy nieliniowej metody najmniejszych kwadratów (algorytm Marquardt-Levenberg). Stopień wielomianów oraz dokładność współczynników zostały wybrane w ten sposób, aby błąd interpolacji (odchylenie standardowe do maksymalnej wartości) był mniejszy niż 1 %.

Tabela B3. Wartości współczynników dla profilu wzdłuż prostej  $X = 0.5$ 

	$U$	$W$	$T$
a <sub>0</sub>	0.653255375988277	-0.0182133390825522	0.375731268271168
a <sub>1</sub>	-236.702203764653	-0.534506952806084	0.0646566206852292
a <sub>2</sub>	1443.71621734046	-4649.62374660758	-3.44261930694882
a <sub>3</sub>	-13999.9971459506	9166.34090898581	80.5716617494023
a <sub>4</sub>	-48978.2873061909	184756.318840003	-849.389178138508
a <sub>5</sub>	769502.177696391	-2267214.57474188	5426.31856180659
a <sub>6</sub>	-2826411.42861687	13921830.6389979	-20619.6870300723
a <sub>7</sub>	5049355.25968998	-50905496.7836152	47584.9389176856
a <sub>8</sub>	-4889309.49455426	117326421.048108	-66982.5680747791
a <sub>9</sub>	2473294.32955038	-175454949.94745	54146.8042661755
a <sub>10</sub>	-514661.642022168	170542299.447756	-18312.94874948
a <sub>11</sub>		-104264882.357183	-5638.00828334596
a <sub>12</sub>		36505160.4951902	6840.33395345218
a <sub>13</sub>		-5592440.58260601	-1672.49783568399

Tabela B4. Wartości współczynników dla profilu wzdłuż prostej  $Y = 0.5$ 

	$U$	$W$	$T$
a <sub>0</sub>	-0.971923736403444	1.00212115245059	0.999467521831559
a <sub>1</sub>	435.542611756185	12877.9988611009	-6.23069515529224
a <sub>2</sub>	-35897.4472988611	-259340.543848846	-18.9999577130502
a <sub>3</sub>	1124550.4608794	2053796.14649148	433.527770212382
a <sub>4</sub>	-19836290.5781327	-5602841.78532119	7318.66314332766
a <sub>5</sub>	217415780.824244	-30304885.3151783	-180265.707163689
a <sub>6</sub>	-1573770830.54861	358963997.276281	1714792.57838228
a <sub>7</sub>	7864305725.45593	-1697089432.98434	-9862261.15685317
a <sub>8</sub>	-27964717917.5742	4892293454.42925	38472869.7475459
a <sub>9</sub>	72090244360.2021	-9357882052.45715	-106665059.51901
a <sub>10</sub>	-135881981012.186	12081139841.5678	214297962.730994
a <sub>11</sub>	187042192305.203	-10321221406.5473	-313025047.586471
a <sub>12</sub>	-185722571203.416	5462280648.88341	328987879.084903
a <sub>13</sub>	129406337902.134	-1489621427.86707	-242193161.156869
a <sub>14</sub>	-59987319824.8771	62096039.6233113	118435075.266555
a <sub>15</sub>	16604163672.9515	43140732.9300454	-34530031.2923873
a <sub>16</sub>	-2075551754.938	0.321619021644532	4539519.05438302

Tabela B5. Wartości współczynników dla profilu wzdłuż prostej  $X = 0.9$ 

	$U$	$W$	$T$
a <sub>0</sub>	1.37834316239398	1.11560341761746	0.308900034946171
a <sub>1</sub>	869.803859921856	-682.103162659822	-0.574121199057708
a <sub>2</sub>	74379.0946531731	64546.3444091368	74.382226060503
a <sub>3</sub>	-3924258.51426546	-2657731.00888943	-3161.22612928187
a <sub>4</sub>	89435741.7003693	60098287.7693382	74817.9579968359
a <sub>5</sub>	-1217186200.6406	-822661490.080435	-1125745.01070913
a <sub>6</sub>	10971526417.6405	7425487150.03986	11435967.2156945
a <sub>7</sub>	-69219909243.1401	-46729243229.224	-81662746.1201518
a <sub>8</sub>	316473663407.374	212583413470.936	421890116.068198
a <sub>9</sub>	-1072529330832.37	-715751344227.008	-1608940868.43137
a <sub>10</sub>	2732146343933.84	1809508968294.41	4588612041.2787
a <sub>11</sub>	-5267137304120.64	-3459353036180.82	-9850623665.12099
a <sub>12</sub>	7684697385210.4	5001906037363.17	15919604870.6355
a <sub>13</sub>	-8422179003474.85	-5429815720822.07	-19229337194.963
a <sub>14</sub>	6816871501820.86	4350956298121.35	17073562106.7329
a <sub>15</sub>	-3949555692631.44	-2494534120078.54	-10804649895.8457
a <sub>16</sub>	1548473261831.82	967384927672.173	4608652340.13695
a <sub>17</sub>	-367847357872.57	-227214939183.605	-1186818611.97188
a <sub>18</sub>	39966515019.2774	24398428716.3919	139329555.368117

**B3:** Wartości estymatora błędu dla testowanych programów numerycznych

Poniżej podano wyliczone dla przetestowanych programów wartości estymatora  $\varepsilon$  zdefiniowanego w Rozdziale 6.2.1, określającego względny błąd badanego rozwiązania od rozwiązania wzorcowego dotyczącego modelowania konwekcji naturalnej wody w naczyniu typu SRG (Tabela 5, eksperyment Nr 1).

Tabela B6. Wartości estymatorów dla składowych prędkości  $U$ ,  $V$  oraz temperatury  $T$  wzdłuż prostych  $Y = 0.5$ ,  $X = 0.5$  oraz  $X = 0.9$ 

	$Y=0.5$			$X=0.5$			$X=0.9$		
	$\varepsilon_{u1}$	$\varepsilon_{w1}$	$\varepsilon_{t1}$	$\varepsilon_{u2}$	$\varepsilon_{w2}$	$\varepsilon_{t2}$	$\varepsilon_{u3}$	$\varepsilon_{w3}$	$\varepsilon_{t3}$
FRE6	0.2831	1.3876	1.64E-06	0.1670	0.0024	8.03E-08	1.2667	0.6012	2.28E-05
FRE5	0.3284	1.6127	1.94E-06	0.2045	0.0293	2.14E-07	1.2213	0.6626	2.35E-05
FRE4	0.5411	1.8601	3.20E-06	0.4004	0.2127	8.77E-07	1.3658	0.9012	2.57E-05
FRE3	3.5512	7.7287	1.94E-05	2.4778	2.4683	8.55E-06	3.0392	4.3332	5.45E-05
FRE2	114.45	178.24	6.98E-04	69.645	95.363	2.48E-04	67.3915	144.683	1.10E-03
FRE1	1893.7	2857.7	4.40E-03	753.31	1874.6	1.36E-02	364.095	1492.25	9.50E-03
FLU3	1.5510	3.0529	5.32E-06	0.2201	0.0892	2.50E-06	4.8378	5.1385	7.08E-05
FLU2	1.8745	3.1868	6.84E-06	0.2514	0.0488	2.43E-06	5.3223	6.1924	7.79E-05
FLU1	6.1705	8.8068	4.52E-05	0.4913	0.2016	7.51E-08	34.2911	91.7224	3.68E-04
FLU0	28.760	49.564	3.55E-04	2.5880	1.2864	2.88E-05	91.4327	433.448	8.58E-04
FID2	3.8785	11.347	1.70E-05	7.7958	5.0095	1.48E-05	5.9907	18.3377	3.87E-05
FID1	10.678	24.737	6.03E-05	13.056	35.092	4.70E-05	15.0269	27.8671	2.04E-04
STR5	2.8876	10.924	8.17E-06	1.4492	1.1331	6.39E-06	7.0646	8.5051	7.10E-05
STR4	4.3005	18.850	8.95E-06	2.3089	1.2263	1.30E-05	11.1198	13.5929	8.40E-05
STR3	7.6570	34.860	1.87E-05	4.5268	2.9492	2.61E-05	16.8484	17.3370	9.09E-05
STR2	20.769	77.964	6.67E-05	11.768	11.837	5.88E-05	32.4156	20.6114	1.01E-04
STR1	283.48	506.50	1.26E-03	127.88	251.92	2.83E-04	221.818	79.4415	0.0014
MEF1	586.31	1176.3	3.48E-03	214.57	799.64	5.34E-04	267.977	481.019	0.0038

**B4:** Weryfikacja obliczeń numerycznych dla problemu krzepnięcia wody w różnicowo grzanym sześciacie (SRG).

Poniżej podano maksymalne i minimalne wartości prędkości dla kolejnych rozwinięć czasowych (Tabele B7, B8) oraz procentową zawartość fazy stałej (Tabela B9) uzyskane przy weryfikacji obliczeń dla problemu krzepnięcia w naczyniu typu SRG (Tabela 5, #2).

Tabela B7. Maksymalne i minimalne wartości prędkości ( $t = 100s$  i  $t = 500s$ ).

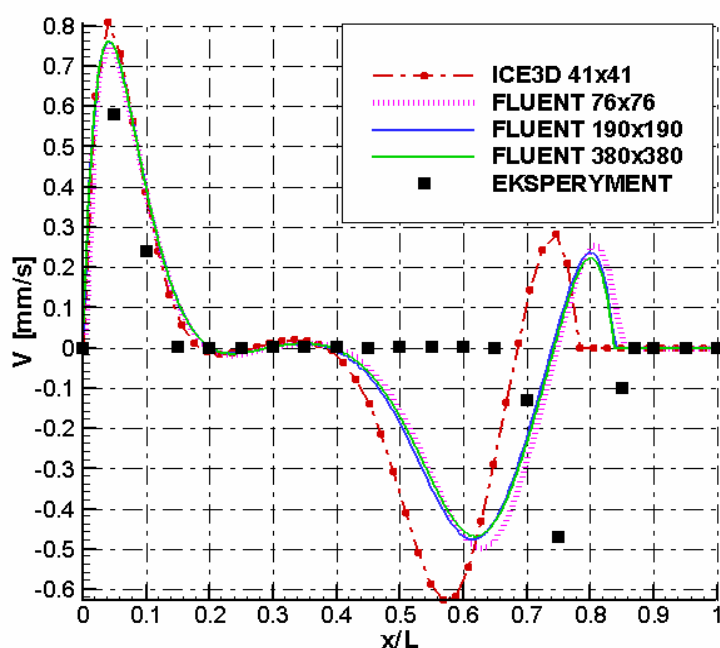
Lp	Siatka	$t=100s$				$t=500s$			
		$u_{min} * 10^3$	$u_{max} * 10^3$	$v_{min} * 10^3$	$v_{max} * 10^3$	$u_{min} * 10^3$	$u_{max} * 10^3$	$v_{min} * 10^3$	$v_{max} * 10^3$
FLU1	76x76	-0.485487	0.351770	-0.642417	0.763399	-0.530405	0.359999	-0.647957	0.764042
FLU2	190x190	-0.497132	0.346788	-0.638878	0.771464	-0.526474	0.356894	-0.641320	0.776151
FLU3	380x380	-0.491817	0.345074	-0.637311	0.772661	-0.520075	0.356328	-0.643491	0.776047
ICE3D	41x41	-0.50868	0.387633	-0.645269	0.81012	-0.560490	0.398937	-0.678240	0.82896

Tabela B8. Maksymalne i minimalne wartości prędkości ( $t = 1000s$  i  $t = 3000s$ ).

Lp	Siatka	$t=1000s$				$t=3000s$			
		$u_{min} * 10^3$	$u_{max} * 10^3$	$v_{min} * 10^3$	$v_{max} * 10^3$	$u_{min} * 10^3$	$u_{max} * 10^3$	$v_{min} * 10^3$	$v_{max} * 10^3$
FLU1	76x76	-0.534228	0.360175	-0.612221	0.771861	-0.54970	0.36280	-0.53733	0.769598
FLU2	190x190	-0.538087	0.360722	-0.604262	0.783254	-0.54657	0.36199	-0.53766	0.781748
FLU3	380x380	-0.52953	0.357309	-0.61151	0.77632	-0.54281	0.36078	-0.53642	0.779787
ICE3D	41x41	-0.6123	0.396582	-0.74418	0.84309	-0.79128	0.36644	-0.72534	0.791280

Tabela B9. Procentowa zawartość objętości fazy stałej  $f_s$  w kolejnych krokach czasowych.

Lp	Siatka	$t=100s$	$t=500s$	$t=1000s$	$t=2000s$	$t=3000s$
FLU1	76x76	6.51 %	13.97 %	18.69 %	24.37 %	28.06 %
FLU2	190x190	6.89 %	14.20 %	18.89 %	24.58 %	28.32 %
FLU3	380x380	6.96 %	14.29 %	18.92 %	24.56 %	28.25 %
ICE3D	41x41	9.3 %	19.08 %	25.6 %	34.46 %	40.44 %
Eksperyment [32]		-	15 %	21 %	27 %	32 %



Rys.B1. Profile pionowej składowej prędkości wyznaczone dla linii  $Y = 0.5L$  w pionowym przekroju centralnym sześciacie (SRG) dla czterech rozwiązań numerycznych (Tabele B7-9) i porównane z wynikami eksperymentalnymi [32] (por. Tabela 5, #2).